

Auf dem Weg zu einer holographischen Realisierung des Humes'schen Gesetzes

Steffen Müller

Max-Planck-Institut für Physik, München

DPG Rehearsal, 22. Februar 2012



Warum AdS/CFT-Korrespondenz?

Typische Probleme mit starker Kopplung

- Perturbative Methoden außerhalb ihres Gültigkeitsbereichs
- endliche Temperaturen in der Nähe von kritischen Punkten
- endliche Dichten in Gitter-Eichtheorien
- Berechnung von Nicht-Gleichgewichts-Hydrodynamik
- Echtzeit Dynamik $\rightarrow$ Transport Eigenschaften

„Lösung“ :

- AdS/CFT erlaubt Berechnungen im stark gekoppelten Regime
 - ▶ bisher am besten untersucht für QCD-artige Modelle
 - ▶ Universelles Verhalten verschiedener stark korrelierter Systeme

Bestimmung von Scherviskosität/Entropiedichte des QGP

- Bestimmung von Viskosität/Entropiedichte über $\mathcal{D} = \eta/(\epsilon+P)$
- Dispersions-Relation/Diffusion

$$\omega = -i\mathcal{D}k^2 \quad \longrightarrow \quad \frac{\eta}{s} = \frac{1}{4\pi} \frac{\hbar}{k_B}$$

Experimentell:

- Quark-Gluon Plasma ist eine stark korrelierte Flüssigkeit mit sehr kleiner Viskosität/Freiheitsgrad
- Sehr gute Übereinstimmung von Theorie und Experiment

[Kovtun, Son, Starinets, 2003]

$$\left(\frac{\eta}{s}\right)_{\text{theo}} = \frac{1}{4\pi} \approx 0.0796 \qquad \left(\frac{\eta}{s}\right)_{\text{exp}} \approx 0.08 (0.16)$$

Anwendung von AdS/CFT auf Probleme der kondensierten Materie

- AdS/CFT liefert gute Ergebnisse für stark gekoppelte Systeme in der Kern- und Teilchenphysik
 - ▶ Bestimmung universellen Verhaltens z.B. η/s
- Neuerdings: Anwendung von AdS/CFT auf stark korrelierte Systeme der kondensierten Materie

Frage:

- Gibt es in diesem Bereich ebenfalls universelles Verhalten das sich mit AdS/CFT beschreiben läßt?
 - ▶ Geeigneter Kandidat: Homes'sches Gesetz in Supraleitern

Homes'sches Gesetz in Supraleitern

- Supraleiter besitzen universelles Skalenverhalten [Homes et al., 2004]

$$\rho_s \propto \sigma_{\text{DC}}(T_c) T_c$$

- $\rho_s \equiv \omega_{\text{Ps}}^2$ und $\sigma_{\text{DC}} = \omega_{\text{P}}^2 \tau / 4\pi$:

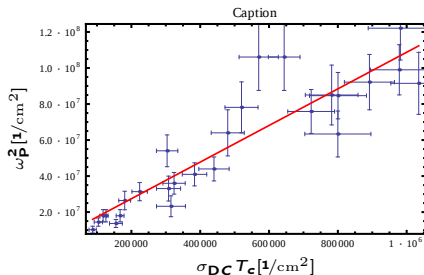
$$\omega_{\text{Ps}}^2 = C \frac{\omega_{\text{P}}^2 \tau_c}{4\pi} T_c$$

- Unter der Annahme gültiger Summenregeln $\omega_{\text{Ps}}^2 = \omega_{\text{P}}^2$

$$\tau_c T_c = \frac{4\pi}{C} \quad \longrightarrow \quad \tau_c = \frac{4\pi}{C} \frac{\hbar}{k_{\text{B}} T_c}$$

- Zeitskalen in „Strange Metal Phase“ von der Größenordnung:

$$\tau_{\hbar} \sim \frac{\hbar}{k_{\text{B}} T} \quad \left(\text{nahezu perfekte Flüssigkeit: } \tau_{\eta} = \frac{\eta}{T_s} = \frac{1}{4\pi} \frac{\hbar}{k_{\text{B}} T} \right)$$



AdS/CFT Wörterbuch

AdS/CFT Korrespondenz

$\mathcal{N} = 4$ $SU(N)$ Super Yang-Mills
Theorie in $d = 4$

$\Leftrightarrow$

Typ IIB String Theorie
in $AdS_5 \times S^5$ Raumzeit

- Schwache Form der Korrespondenz:

$$N \rightarrow \infty$$

$$\lambda \rightarrow \infty$$

$$g_s \rightarrow 0$$

$$\alpha' \rightarrow 0$$

- ▶ Stark gekoppelte Eichtheorie $\Leftrightarrow$ klassische Supergravitation

Zustand-Feld Abbildung

Operator $\mathcal{O}$ in CFT

$\Leftrightarrow$

Dynamisches Feld φ in
Supergravitation auf AdS Raumzeit

Holographischer s-Wellen Supraleiter [Hartnoll, Herzog, Horowitz, 2008]

Einstein-Maxwell Wirkung

$$S = \frac{1}{2\kappa^2} \int d^{d+1}x \sqrt{-g} \left[R - 2\lambda + \frac{2\kappa^2}{e^2} \left(\frac{1}{4} F^2 - |\nabla\Psi - iA\Psi|^2 - V(|\Psi|) \right) \right]$$

- $\alpha = \frac{\kappa^2}{e^2 L^2} \sim \frac{c_{\langle JJ \rangle}}{c_{\langle TT \rangle}}$ beschreibt die Rückkopplung auf die Geometrie
- Bewegungsgleichungen für den Hintergrund:

$$R_{ab} - \frac{1}{2} R g_{ab} + \frac{d(d-1)}{2L^2} g_{ab} = \alpha^2 L^2 T_{ab}[A, \Psi]$$

$$\nabla^a F_{ab} = j_b[A, \Psi]$$

geladenes Skalarfeld Ψ

lokales $U(1)$ Eichfeld A_a

$\Leftrightarrow$

Cooper Paar $\mathcal{O} = \Psi_{(0)} \Psi_{(0)}$

globaler $U(1)$ Strom J_μ

Holographischer s-Wellen Supraleiter

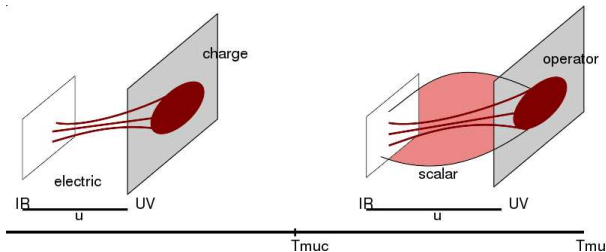
Lösungen der Bewegungsgleichungen

$\Psi = 0$	AdS_{d+1} Reissner-Nordström Schwarzes Loch
$\Psi \neq 0$	AdS_{d+1} Reissner-Nordström Schwarzes Loch mit skalaren Haaren

- Skaleninvariante Theorie im UV mit dimensionsloser Größe:

$$\frac{T}{\mu} = \frac{d - \frac{(d-2)^2}{d-1} \bar{\mu}^2 \alpha^2}{4\pi \bar{\mu}}$$

$$\bar{Q} = \sqrt{\frac{d-2}{d-1}} \bar{\mu} \alpha \quad \bar{\mu} = \mu u_H$$

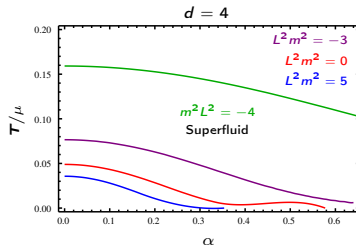
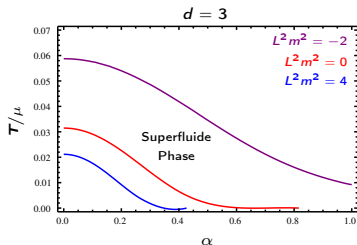


Superfluide Phase & Instabilität

- Berechnung retardierter Green'scher Funktionen aus dem Dissipations-Fluktuations-Theorem für holographische Systeme

[Son,Starinets, 2002]

- ▶ Linearisierte Fluktuationsgleichungen in $\delta\psi$ (einfallende Wellenbedingung)
- ▶ Phasenübergang zweiter Ordnung
→ Instabilität in retardierter Green's Funktion von $\delta\psi$
- ▶ Quasi-Normal-Moden Analyse von $G_O^R(\omega, \mathbf{0})$
→ Pol wandert in die obere ω -Halbebene

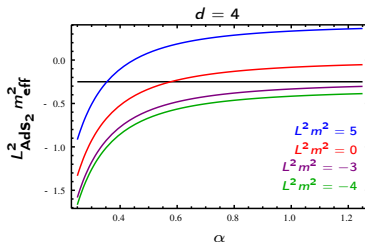
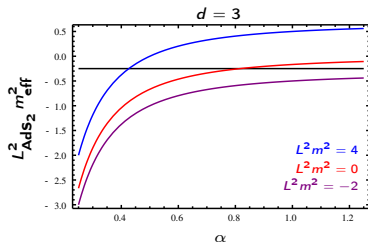


Superfluide Phase & Instabilität

- Für $T = 0$ IR-Geometrie reduziert auf $\text{AdS}_2 \times \mathbb{R}^{d-1}$
 - Bedingung für Kondensation [Gubser, 2008]

$$L_{\text{AdS}_2}^2 m_{\text{eff}}^2 = \frac{1}{d(d-1)} \left(L^2 m^2 - \frac{1}{\alpha^2} \right) \leq L_{\text{AdS}_2}^2 m_{\text{BF}}^2 = -\frac{1}{4}$$

- Bedingung für die Existenz von α_c



Transport Koeffizienten/Zeitskalen für $d = 4$

- Universelles Verhalten für verschiedene Supraleiter:

$$\begin{array}{ll} \eta \propto \epsilon \tau_\eta & \longrightarrow \tau_\eta T = 1/4\pi \\ \tau \propto D & \longrightarrow \tau_c T_c \propto D(T_c) T_c = \text{const.} \end{array}$$

- Ladungs-Diffusion $\longrightarrow \langle \rho \rho \rangle = \langle J_t J_t \rangle$:

- ▶ Lösung der a_t Bewegungsgleichung

$$D_R = \frac{1}{4\pi T} \frac{(2 - \bar{Q}^2)(2 + \bar{Q}^2)}{2(1 + \bar{Q}^2)}$$

[Banerjee, Bhattacharya, Bhattacharyya, Dutta, Loganayagam et al., 2011]

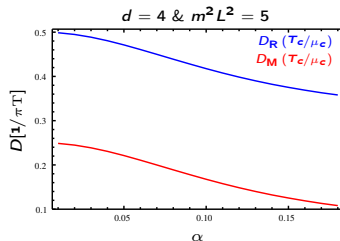
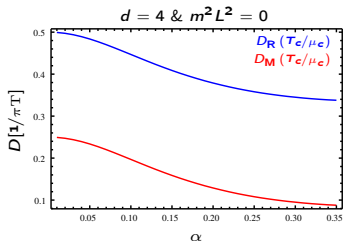
- Impuls-Diffusion $\longrightarrow \langle T_{xy} T_{xy} \rangle$

- ▶ Lösung der h_{xy} Bewegungsgleichung

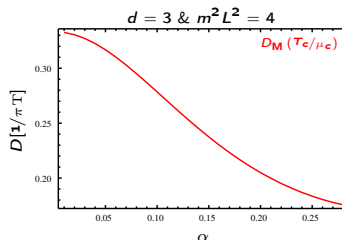
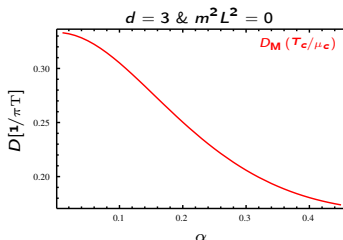
$$D_M = \frac{1}{4\pi T} \left(1 + \frac{\mu}{T} \frac{n}{s} \right)^{-1} = \frac{1}{4\pi T} \left(1 + \frac{3\bar{Q}^2}{(2 - \bar{Q}^2)} \right)^{-1}$$

Transport Koeffizienten/Zeitskalen

■ Diffusion entlang der kritischen Linie im Phasendiagramm



■ Für $d = 3$ nur Impulsdiffusion D_M bekannt



Zusammenfassung & Ausblick

Zusammenfassung:

- Homes'sches Gesetz & Summenregel liefert $\tau_c T_c = \text{const}$
- Kleine Variationen der Konstante $\tau_c T_c$ unter α als Doping der s-Wellen Supraleiter
- Homes'sches Gesetz nicht gültig für beliebiges Doping
[Tallon, Cooper, Naqib, Loram, 2006]

Ausblick:

- Plasmafrequenz-Berechnung in der superfluiden Phase ($T < T_c$) und in der normalen Phase ($T > T_c$)
- Entsprechende Berechnung für holographische d-Wellen Supraleiter