

# Ultrasofte Renormierung der Potentiale in NRQCD

Maximilian Stahlhofen

in Zusammenarbeit mit André Hoang

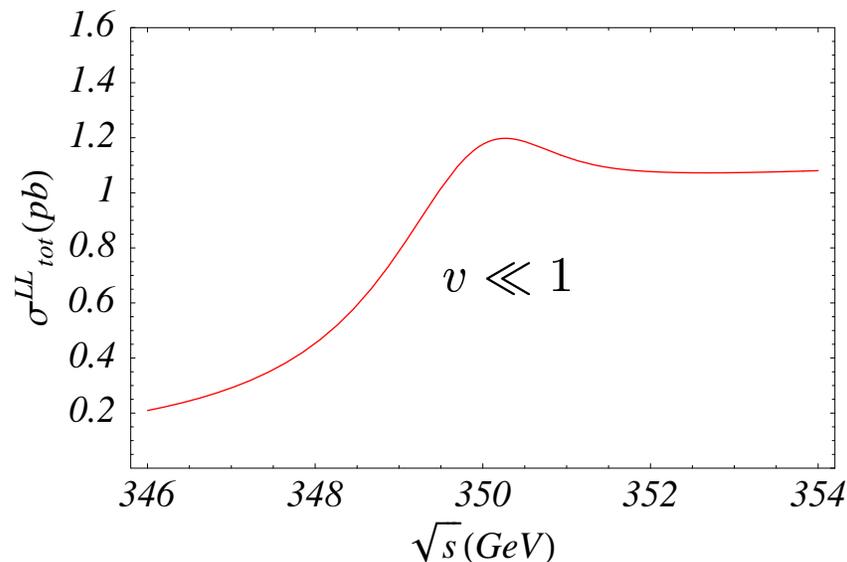
Max-Planck-Institut für Physik, München

# Inhalt

- Was ist NRQCD und wozu wird sie gebraucht?
- Die wichtigsten Elemente von vNRQCD
- Die Renormierung der Potentiale
- Wilson-Linien, Feldredefinition und  $A^0$ -Gluonen
- Stand der Berechnungen
- Zusammenfassung

# Was ist NRQCD und wozu wird sie gebraucht?

- Effektive Theorie der starken WW
- nicht-relativistische QFT
- Hauptanwendung:  $t\bar{t}$  - Produktion an der Schwelle (z.B.  $e^+ e^- \rightarrow t\bar{t}$ )



$$\Gamma_t \approx 1.5 \text{ GeV} \gg \Lambda_{QCD} \Rightarrow$$

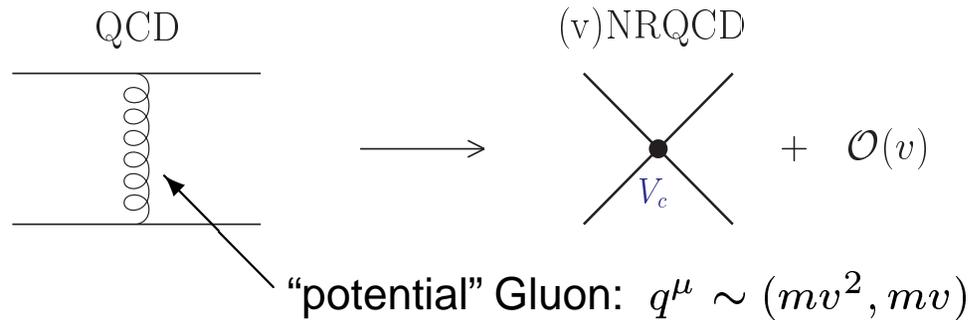
- Nicht-pert. Effekte unterdrückt
- Keine scharfe Resonanz

Theorie + Experiment(ILC)  $\rightarrow$  präzise Messung von  $m_t, y_t, \alpha_s, \Gamma_t$



# Die wichtigsten Elemente von vNRQCD

- Nicht-resonante Freiheitsgrade ausintegriert, z.B.



$$\Rightarrow \mathcal{L}_{\text{non-rel.}} = \mathcal{L}_{\text{kin}} + \left[ \frac{\mathcal{V}_c^{(0)}}{\mathbf{k}^2} + \frac{\mathcal{V}_c^{(1)}}{m\mathbf{k}} + \frac{\mathcal{V}_c^{(2)}}{m^2} + \dots \right] \psi^\dagger \psi \chi^\dagger \chi + \dots$$

- Resonante Freiheitsgrade:

nicht-rel. Quark:		$\psi_{\mathbf{p}}(x)$	
Soft Gluon:	$(q^\mu \sim mv)$	$A_q(x)$	
Ultrasoft Gluon:	$(q^\mu \sim mv^2)$	$A(x)$	

- Systematische Entwicklung in  $v \rightarrow$  konsistentes Power Counting

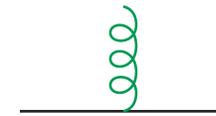
# Die wichtigsten Elemente von vNRQCD

[Luke, Manohar, Rothstein]

$$\underline{\mathcal{L}_{\text{vNRQCD}} = \mathcal{L}_{\text{usoft}} + \mathcal{L}_{\text{pot}} + \mathcal{L}_{\text{soft}}}$$

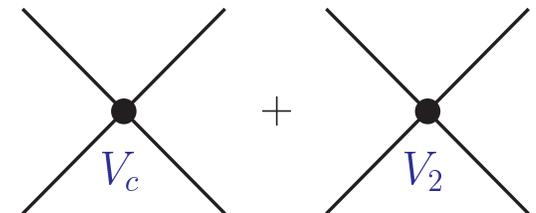
$$D^\mu = \partial^\mu + igA^\mu(x)$$

$$\mathcal{L}_{\text{usoft}} : \psi_{\mathbf{p}}^\dagger(x) \left\{ iD^0 - \frac{(\mathbf{p} - i\mathbf{D})^2}{2m} + \dots \right\} \psi_{\mathbf{p}}(x) + \dots$$



$$\mathcal{L}_{\text{pot}} : -V \psi_{\mathbf{p}'}^\dagger \psi_{\mathbf{p}} \chi_{-\mathbf{p}'}^\dagger \chi_{-\mathbf{p}} + \dots$$

$$V \sim \frac{V_c}{(\mathbf{p} - \mathbf{p}')^2} + \frac{V_2}{m^2} + \dots$$



externer Produktions-/Vernichtungs-Strom:

$$\otimes \sim c_1(\mu) \cdot \vec{j}_1^{\text{eff}}(x) + \dots \quad (\text{CMS})$$

# Renormierung der Potentiale

Anomale Dimension von  $V$  trägt zu  $\sigma(e^+ e^- \rightarrow t \bar{t})$  bei:

$$\sigma_{\text{tot}} \sim \text{Im} \left[ \text{Diagram 1} + \text{Diagram 2} + \text{Diagram 3} + \dots \right]$$

Diagram 1: A circle with two external lines (crosses) and two internal lines (crosses).  
 Diagram 2: A figure-eight diagram with two external lines (crosses) and two internal lines (crosses), with a vertex labeled  $V$ .  
 Diagram 3: A figure-eight diagram with two external lines (crosses) and two internal lines (crosses), with two vertices labeled  $V$ .

$$\sim |c_1(\mu)|^2 \cdot \text{Im} \left[ -i \int d^4x e^{i\hat{q}x} \langle 0 | T \vec{j}_1^{\text{eff}*}(x) \vec{j}_1^{\text{eff}}(0) | 0 \rangle \right]$$

$$\sim |c_1(\mu)|^2 \cdot \text{Im} [G(0, 0, E, \mu)]$$

↓

$$\text{Ln} \left[ \frac{c_1(\mu)}{c_1(1)} \right] = \underbrace{\xi^{\text{LL}}}_0 + \xi^{\text{NLL}} + \xi_{\text{mix}}^{\text{NNLL}} + \xi_{\text{non-mix}}^{\text{NNLL}}$$

[Hoang, Stewart]

Diagram 1: A figure-eight diagram with two external lines (crosses) and two internal lines (crosses), with a vertex labeled  $LL$ .  
 Diagram 2: A figure-eight diagram with two external lines (crosses) and two internal lines (crosses), with a vertex labeled  $NLL$ .  
 Diagram 3: A figure-eight diagram with two external lines (crosses) and two internal lines (crosses), with a vertex labeled  $LL$  and a wavy line connecting the two vertices.

↓

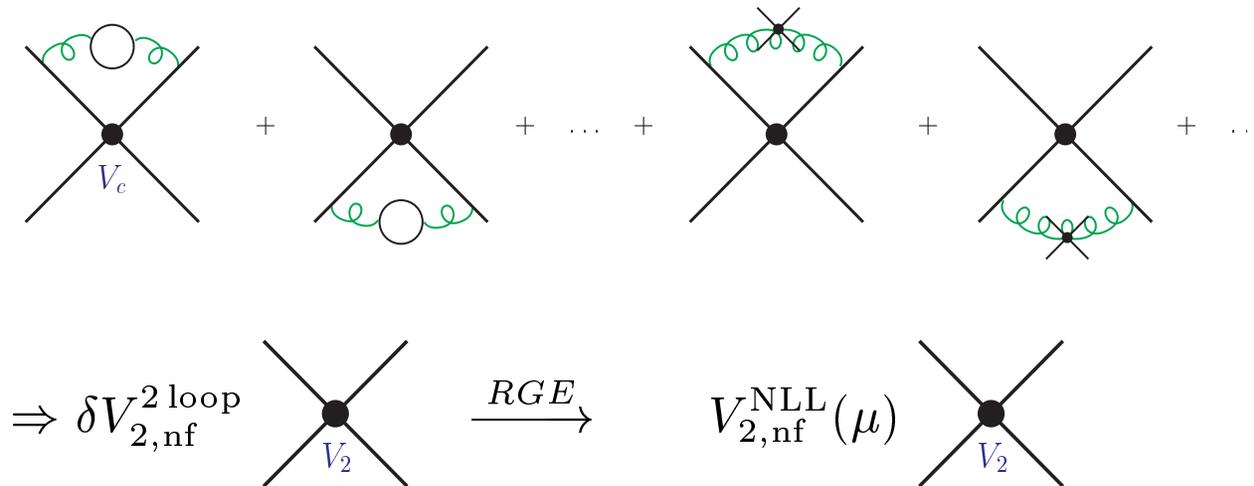
unvollständig  $\Rightarrow$   $V^{\text{NLL}}(\mu)$  benötigt!

# Renormierung der Potentiale

## NLL-Anomale-Dimension der Potentiale ( $V$ )

- Ultrasofte Beiträge voraussichtlich dominant, da  $\alpha_s(mv^2) > \alpha_s(mv)$
- Fermionische (nf) usoft-2-Loop-Beiträge zu  $\frac{\gamma^{(1)}}{m\mathbf{k}}, \frac{\gamma^{(2)}}{m^2}$  komplett ✓

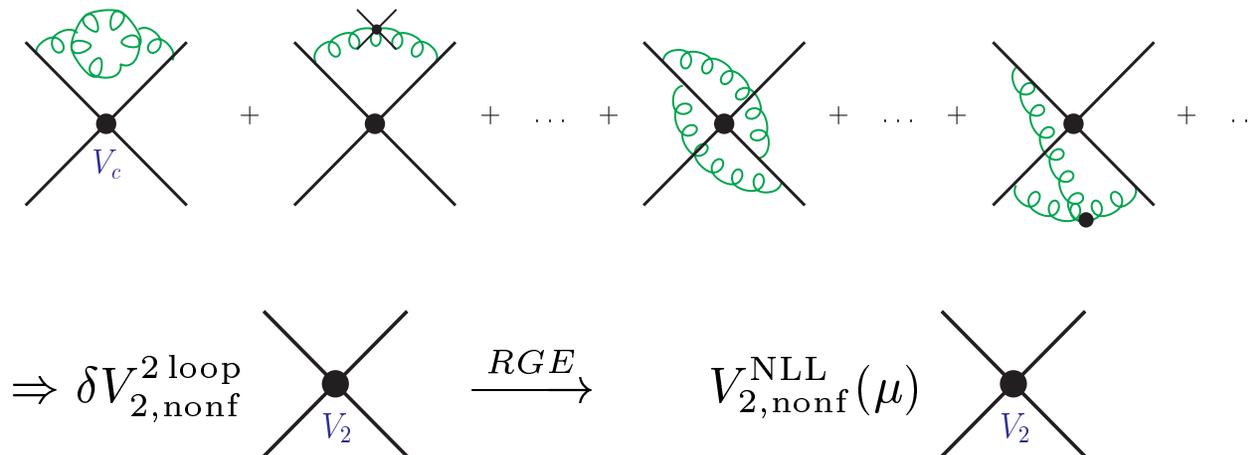
schematisches Beispiel:



# Renormierung der Potentiale

- Nicht-fermionische (nonf) usoft-2-Loop-Beiträge zu  $\frac{\mathcal{V}^{(1)}}{m\mathbf{k}}$ ,  $\frac{\mathcal{V}^{(2)}}{m^2}$  (in Arbeit)

Beispiel:



- Cross Check:  $\mathcal{O}(v^0)$ -Beiträge = 0

# Wilson-Linien, Feldredefinition und $A^0$ -Gluonen

- Nicht-rel. Theorie  $\Rightarrow A^0$  koppelt anders als  $\vec{A}$ .

$$D^\mu = \partial^\mu + igA^\mu$$

$$\mathcal{L}_{\text{usoft}} : \psi_{\mathbf{p}}^\dagger \left\{ iD^0 + i\frac{\vec{p}\vec{D}}{m} + \dots \right\} \psi_{\mathbf{p}}$$

- Wilsonlinie:

$$W(x) = \mathcal{P}\exp \left( ig \int_{-\infty}^{x_0} ds A^0(s, \vec{x}) \right)$$

$$\text{Eichtrafo: } W(x) \rightarrow U(x)W(x) \underbrace{U^{-1}(-\infty)}_1$$

$$\underbrace{\boxed{D^0 W(x) = 0} \quad W^\dagger W = 1}_{W^\dagger iD^0 W = i\partial^0}$$

- Feldredefinition:  $\psi_{\mathbf{p}}(x) = W(x) \Phi_{\mathbf{p}}(x)$

Physik bleibt gleich (Haag Theorem)

$$\mathcal{L}_{\text{usoft}} : \Phi_{\mathbf{p}}^\dagger \left\{ i\partial^0 + W^\dagger i\frac{\vec{p}\vec{D}}{m} W + \dots \right\} \Phi_{\mathbf{p}}$$

$\Phi_{\mathbf{p}}$  eichinvariant

$\Rightarrow$   $\mathcal{O}(v^0)$ -Korrekturen verschwinden!

# Stand der Berechnungen

● Cross-Check in ursprünglicher Theorie:  $\mathcal{O}(\alpha_u^2 v^0)$ -Beiträge

Counter Diagram aus renormiertem  $\mathcal{L}$ :

$$\begin{array}{c} \diagup \times \diagdown \\ \bullet \\ \text{(2)} \end{array} = i\mu_s^{2\epsilon} \left[ \delta V^{(2)} + \underbrace{\left( (\delta Z_\psi^{(1)})^2 + 2\delta Z_\psi^{(2)} \right)}_{\substack{\text{diagramm 1} \\ \text{diagramm 2} \\ \text{diagramm 3} \\ \text{diagramm 4}}} V + 2\delta Z_\psi^{(1)} \underbrace{\delta V^{(1)}}_0 \right]$$

Diagramme mit  $A^0$ -Loops:

$$\begin{array}{c} \text{diagramm 1} \\ \text{diagramm 2} \\ \text{diagramm 3} \\ \text{diagramm 4} \end{array} + \dots = -i\mu_s^{2\epsilon} \left( (\delta Z_\psi^{(1)})^2 + 2\delta Z_\psi^{(2)} \right) + \text{endlich}$$

$$\Rightarrow \boxed{\delta V^{(2)} = 0} \quad \checkmark$$

# Zusammenfassung

- ultrasofte (dominante) Beiträge zu  $V^{NLL}(\mu) = \frac{\mathcal{V}^{(1)}}{m\mathbf{k}} + \frac{\mathcal{V}^{(2)}}{m^2} :$ 
  - fermionisch  $\mathcal{O}(\text{nf } \alpha_u^2)$  vollständig ✓
  - nichtfermionisch  $\mathcal{O}(\alpha_u^2)$ :
    - Feldredefinition  $\rightarrow$  Cross-Check mit  $A^0$ -Gluonen:  
 $\mathcal{O}(\alpha_u^2 v^0) = 0$  ✓
    - Rest ( $\mathcal{O}(\alpha_u^2 v^1)$ ,  $\mathcal{O}(\alpha_u^2 v^2)$ ) in Arbeit ...