Konzepte für Experimente an zukünftigen Hadroncollidern II

PD Dr. Oliver Kortner

15.05.2020

Verarbeitung analoger Detektorsignale

- Die analogen Signale, die aus unmittelbar aus Teilchendetektoren kommen, sind im Allgemeinen sehr klein.

  Beispiel: MDT-Driftrohr mit Ar/CO_2 (93:7) bei 3 bar.
  $\frac{dE}{dx} = 7.5$ keV/cm$\widehat{\approx}7.5/0.03 = 250$ Elektron-Ion-Paare/cm.
  Bei einer Gasverstärkung von 20000 entspricht dies einer Gesamtladung von nur ~ 1 pC.

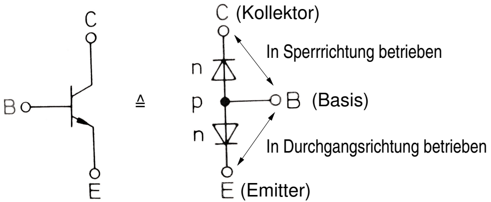
$\Rightarrow$ Schutz der kleinen Signale durch einen Faradaykäfig.

$\Rightarrow$ Verstärkung der Signale.

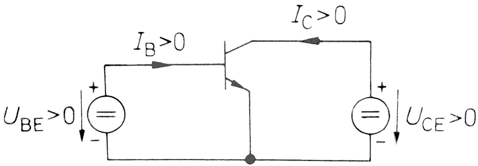
$\Rightarrow$ Leitung der unverstärkten Signale über möglichst kurze Strecken.

Bipolartransistor als Beispiel für einen Signalverstärker

Ein Bipolartransistor ist ein npn- oder ein pnp-Übergang mit 3 Anschlüssen.



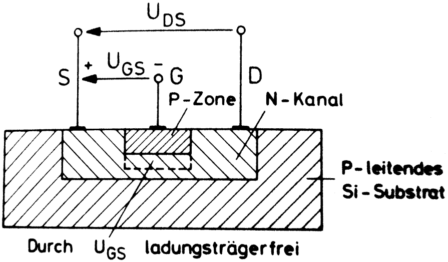
Polung eines npn-Transistors



Wenn man U_{BE} erhöht, verringert man die Spannung zwischen Basis und Kollektor, wordurch die Diode BC leitender wird und somit mehr Strom aus dem Emitter fließt, als in die Basis geflossen ist.

Alternative zum Bipolartransistor: Feldeffekttransistor

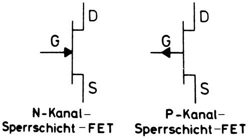
Aufbau eines n-Kanal-Sperrschicht-Feldeffekttransistors



S: Source.

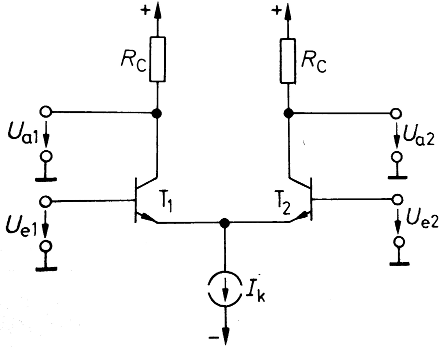
G: Gate.

D: Drain.



- Steuerung der Größe der ladungsträgerfreien Zone über den Wert der Spannung U_{GS}.
- Dicke der ladungsträgerfreien Zone bestimmt den Widerstand zwischen Drain und Source.
- Vorteil von Feldeffekttransistoren gegenüber Bipolartransistoren: Geringere Leistungsaufnahme, da die Ansteuerung über das angelegte elektrische Feld und nicht über einen Strom erfolgt.

Funktionsweise eines Differenzverstärkers



- Konstantstromquelle am Emitter. $\Rightarrow dI_k = 0$.
- Innenwiderstand der Konstantstromquelle: r_k.

- $I_k = I_{C1} + I_{C2} \Rightarrow dI_{C1} = -dI_{C2}$.
- Also ist $dU_{a1} = -dU_{a2}$.
- Es ist auch
  $dU_{e1} = dU_{BE1} = -dU_{BE2} = -dU_{e2}$.
- $U_D := U_{e1} - U_{e2}$.
  $$dU_{e1} = d(U_{e1} - U_{e2} + U_{e2}) = dU_D + dU_{e2} = dU_D - dU_{e1},$$
  also $dU_D = \frac{1}{2} dU_{e1}$.

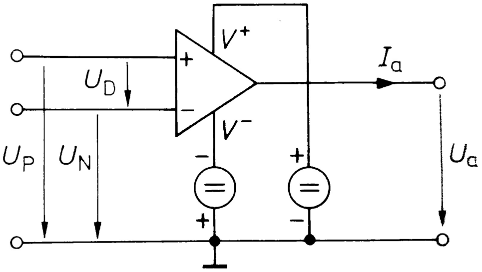
$\Rightarrow$ Differenzverstärkung $A_D = \frac{dU_{a1}}{dU_D}$

$A_D = \frac{dU_{a1}}{2dU_{BE1}} = -\frac{1}{2} S(R_C || r_{CE})$.

Da S groß ist, ist auch A_D groß.

Operationsverstärker

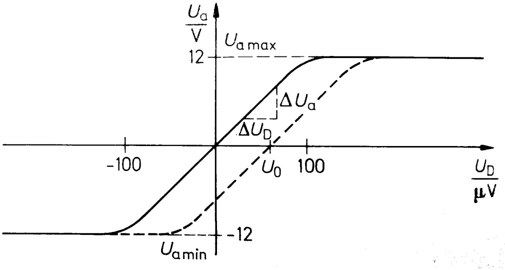
- Operationsverstärker sind breitbandige Differenzverstärker mit hoher Verstärkung und hohem Eingangswiderstand.
- Operationsverstärker sind als integriete Schaltungen aus Bipolar- und Feldeffekttransistoren erhältlich.



- Eingangsstufe als Differenzverstärker ausgeführt, daher zwei Eingänge (+ und -).
- Positive und negative Versorgungsspannung nötig, um die Ein- und Ausgänge positiv und negativ aussteuern zu können.

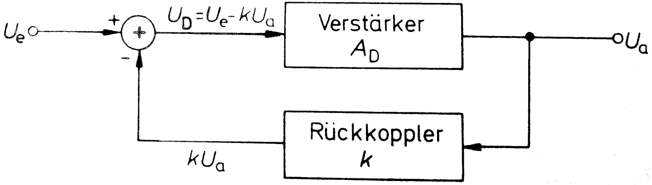
- Offene Verstärkung:

$$A_D := \frac{dU_a}{dU_D}.$$



- Offsetspannung U_0 bei den meisten Operationsverstärkern abgleichbar.
- Lineare Abhängigkeit von U_a von U_D in einem kleinen Bereich von U_D um U_0.
- Konstante Ausgangsspannung außerhalb dieses Bereichs (Übersteuerung des Verstärkers).

Prinzip der Gegenkopplung

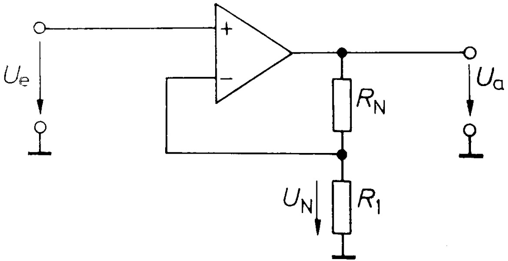


- $U_a = A_D(U_e - kU_a) \Leftrightarrow U_a = \frac{A_D}{1+kA_D} U_e \underset{A_D \to \infty}{\approx} \frac{1}{k} U_e.$
- $U_P = U_e,\ U_N = kU_a,\ |U_a|$<const. Also ist

$$|U_P - U_N| = \frac{U_a}{A_D} \underset{A_D \to \infty}{\to} 0,$$

d.h. $\boxed{U_P = U_N}$.

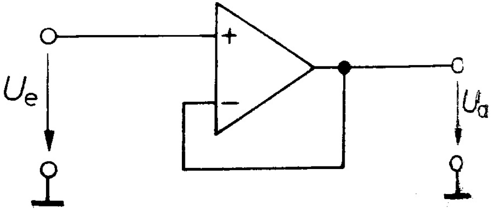
Nichtinvertierender Verstärker



$$U_e = U_P = U_N = \frac{R_1}{R_1 + R_N} U_a$$

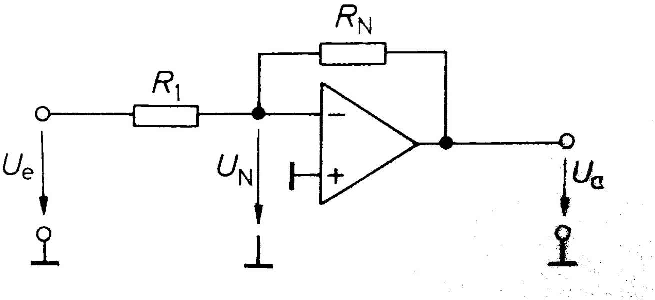
$$\Leftrightarrow \quad U_a = \left(1 + \frac{R_N}{R_1}\right) U_e .$$

- Verstärkung positiv.
- Wert der Verstärkung durch die Wahl von R_N und R_1 vollständig festgelegt.



- $U_a = U_e$.
- Kleiner Ausgangswiderstand, d.h. Verhalten wie eine Spannungsquelle.
- Verwendung dieser Schaltung als Impedanzwandler.

Invertierender Verstärker

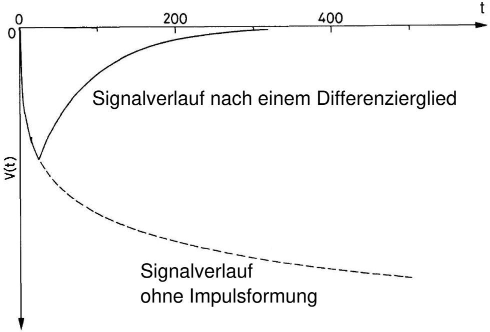


$$\color{blue}{U_P = U_N} = 0.$$

$$\Rightarrow \quad \underline{U_a} = R_N \cdot I_N = R_N(-I_1) = -R_N \frac{U_e}{R_1} = \underline{-\frac{R_N}{R_1} U_e}.$$

- Verstärkung negativ.
- Wert der Verstärkung durch die Wahl von R_N und R_1 vollständig festgelegt.

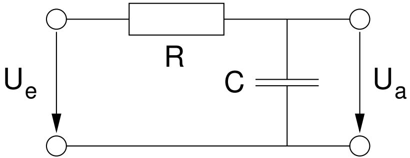
Einführendes Beispiel: Signalimpuls eines zylindrischen Driftrohres



Impulsformung mit einem Differenzierglied

- erhält die Information der Signalanfangszeit,
- verkürzt die Totzeit des Rohres gegenüber dem Fall ohne Impulsformung erheblich.

Tiefpass

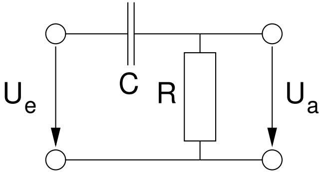


$$U_a = \frac{\frac{1}{i\omega C}}{R + \frac{1}{i\omega C}} U_e = \frac{1}{1 + i\omega RC} U_e .$$

$\omega \to 0$: $U_a \to U_e$.

$\omega \to \infty$: $U_a \to 0$.

Hochpass

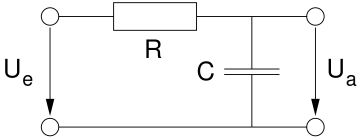


$$U_a = \frac{R}{R + \frac{1}{i\omega C}} U_e = \frac{1}{1 + \frac{1}{i\omega RC}} U_e .$$

$\omega \to 0$: $U_a \to 0$.

$\omega \to \infty$: $U_a \to U_e$.

Tiefpass



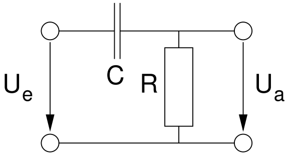
$$U_a = \frac{1}{1 + i\omega RC} U_e .$$

3dB-Grenzfrequenz

$$\frac{1}{|1 + i\omega RC|^2} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \omega = \frac{1}{RC} .$$

$\omega \gg \frac{1}{RC}$: $U_a \approx \frac{1}{i\omega RC} U_e = \frac{\hat{U}_e(\omega)}{i\omega RC} e^{i\omega t}$,
also $U_a \approx \frac{1}{RC} \int U_e \, dt$.
Oberhalb der Grenzfrequenz integrierend.

Hochpass



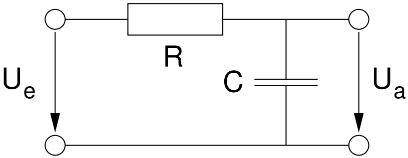
$$U_a = \frac{1}{1 + \frac{1}{i\omega RC}} U_e .$$

3dB-Grenzfrequenz

$$\frac{1}{\left|1 + \frac{1}{i\omega RC}\right|^2} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \omega = \frac{1}{RC}$$

$\omega \ll \frac{1}{RC}$:
$U_a \approx i\omega RC \, U_e = i\omega RC \, \hat{U}_e e^{i\omega t}$, also
$U_a \approx RC \frac{dU_e}{dt}$.
Oberhalb der Grenzfrequenz differenzierend.

Verhalten eines Tiefpasses

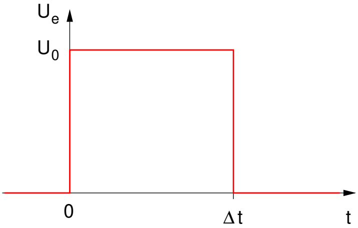


1. Möglichkeit: Verwendung komplexer Impedanzen und einer Fouriertransformation vom Frequenz- in dern Zeitraum.

2. Möglichkeit: Lösung der folgenden Differentialgleichung.

$$U_a = \frac{Q}{C} \Rightarrow \frac{dU_a}{dt} = \frac{1}{C} I.$$

$$U_e = U_R + U_a = R \cdot I + U_a = RC \frac{dU_a}{dt} + U_a.$$



$$U_e(t) = \begin{cases} U_0 & (t \in [0, \Delta t]), \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

$t \leq 0$: $0 = RC\frac{dU_a}{dt} + U_a$, also $U_a = 0$.

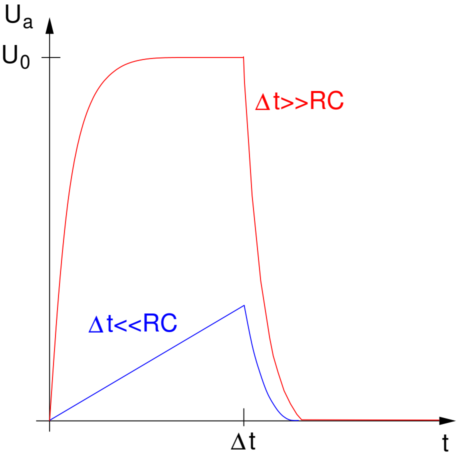
$t \in (0, \Delta t)$: $$U_0 = RC\frac{dU_a}{dt} + U_a$$

$$\Leftrightarrow \quad U_0 - U_a = RC\frac{dU_a}{dt} \quad \Leftrightarrow \quad \int_0^t \frac{1}{RC}\,dt' = \int_0^{U(t)} \frac{dU_a}{U_0 - U_a}$$

$$\Leftrightarrow \quad -\frac{t}{RC} = \ln\frac{U_0 - U_a(t)}{U_0} \quad \Leftrightarrow \quad e^{-\frac{1}{RC}t} = \frac{U_0 - U_a(t)}{U_0}$$

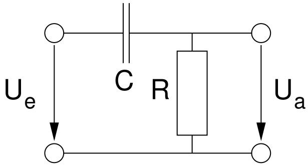
$$\Leftrightarrow \quad U_a(t) = U_0(1 - e^{-\frac{1}{RC}t}).$$

$t \geq \Delta t$: $\frac{dU_a}{dt} = -\frac{1}{RC}U_a$, also $U_a(t) = U_a(\Delta t)e^{-\frac{1}{RC}(t-\Delta t)}$.



$\Delta t \gg RC$: $U_a(t \to \Delta t - 0) \approx U_0$.

$\Delta t \ll RC$: $U_a(t) \approx U_0 \frac{t}{RC}$ für $t \in (0, \Delta t)$.



$$U_a = R \cdot I = RC\frac{d(U_e - U_a)}{dt} = RC\frac{dU_e}{dt} - RC\frac{dU_a}{dt}.$$

Wähle U_e wie zuvor als Rechtecksimpults.

$t \leq 0$: $U_a(t) = 0$.

$t \in (0, \Delta t)$: $U_a(t) = -RC\frac{dU_a}{dt}$, also $U_a(t) = U_a(0)e^{-\frac{t}{RC}} = U_0 e^{-\frac{t}{RC}}$.

$\epsilon \to 0+0$: $t \in [\Delta t, \Delta t + \epsilon)$: $U_e(t) = U_0\left(1 - \frac{t-\Delta t}{\epsilon}\right)$, also $\frac{dU_e}{dt} = -\frac{U_0}{\epsilon}$.

$$U_a + \frac{RC}{\epsilon}U_0 = -RC\frac{dU_a}{dt}$$

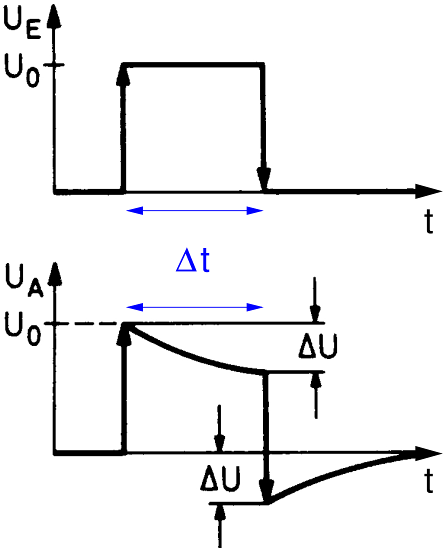
$$\Leftrightarrow \quad \epsilon U_a + RCU_0 = -\epsilon RC\frac{dU_a}{dt}$$

$$\underset{\epsilon\to 0}{\Leftrightarrow} \quad U_0 = -\epsilon\frac{dU_a}{dt}, \;\; U_0\epsilon = -\epsilon\left[U_a(\Delta t + \epsilon) - U_a(\Delta t)\right]$$

$$\Leftrightarrow \quad U_a(\Delta t + \epsilon) = U_a(\Delta t) - U_0 = U_0\left(e^{-\frac{\Delta t}{RC}} - 1\right)$$

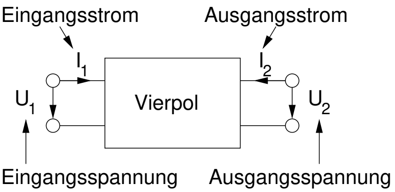
$t \geq \Delta t$: $U_a(t) = U_0\left(e^{-\frac{\Delta t}{RC}} - 1\right)e^{-\frac{t-\Delta t}{RC}}$.

Tiefpass: Verhalten bei einem Rechtecksimpuls



Bipolare Impulsformung mit einem Hochpass möglich.

Vierpolgleichungen



Tiefpässe, Hochpässe und ähnliche Schaltungen mit insgesamt vier Anschlüssen nennt man Vierpole. Mit Hilfe sogenannter Vierpolgleichungen kann man das Verhalten von Schaltungen aus vielen Vierpolen sehr einfach berechnen.

Zwei der vier Größen sind frei wählbar, die andern beiden von diesen abhängig. Z.B. $U_1 = U_1(I_1, I_2)$, $U_2 = U_2(I_1, I_2)$.

$$
\begin{aligned}
dU_1 &= \left.\frac{\partial U_1}{\partial I_1}\right|_{I_2} dI_1 + \left.\frac{\partial U_1}{\partial I_2}\right|_{I_1} dI_2, \\
dU_2 &= \left.\frac{\partial U_2}{\partial I_1}\right|_{I_2} dI_1 + \left.\frac{\partial U_2}{\partial I_2}\right|_{I_1} dI_.,
\end{aligned}
$$

Wenn der Vierpol nur aus linearen, passivern Bauelementen besteht, gilt sogar $\frac{\partial U_k}{\partial I_\ell} = \frac{U_k}{I_\ell}$.

Ketten von Vierpolen

Für die Berechnung des Verhaltens einer Kette von Vierpolen bietet sich die Kettenform an, bei der die Eingangs- bzw. Ausgangsgrößen als Funktionen der Ausgangs- bzw. Eingangsgrößen ausgedrückt werden:

$$\begin{aligned} dU_1 &= \left.\frac{\partial U_1}{\partial U_2}\right|_{I_2} dU_2 + \left.\frac{\partial U_1}{\partial I_2}\right|_{U_2} dI_2, \\ dI_1 &= \left.\frac{\partial I_1}{\partial U_2}\right|_{I_2} dU_2 + \left.\frac{\partial I_1}{\partial I_2}\right|_{U_2} dI_2. \end{aligned}$$

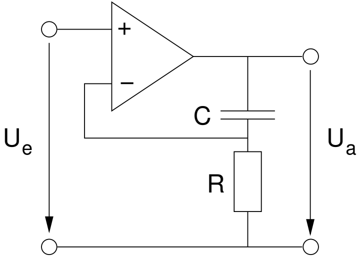
$$d\begin{pmatrix} U_1 \\ I_1 \end{pmatrix} = A \cdot d\begin{pmatrix} U_2 \\ I_2 \end{pmatrix}.$$

Um das Verhalten eines Vierpols zu erhalten, der aus einer Vierpolkette besteht, muss man nur das Produktion der Matrizen A_k der einzelnen Vierpole miteinander multiplizieren.

Impulsformung mit Tief- und Hochpässen

Zur Impulsformung von Detektorsignalen schaltet man Tief- und Hochpässe unterschiedlicher Zeitkonstanten (RC) hintereinander. Zur Trennung der Pässe kann man einen Operationsverstärker mit kapazitiver Ein- und Auskopplung der Signale verwenden.

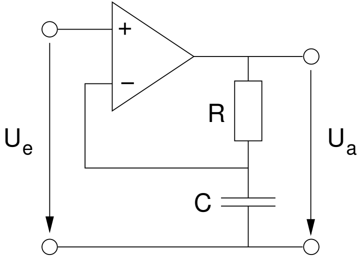
Tiefpass



$$U_a = \left(1 + \frac{1}{i\omega RC}\right) U_e .$$

Verstärkung niedrige Frequenzen.

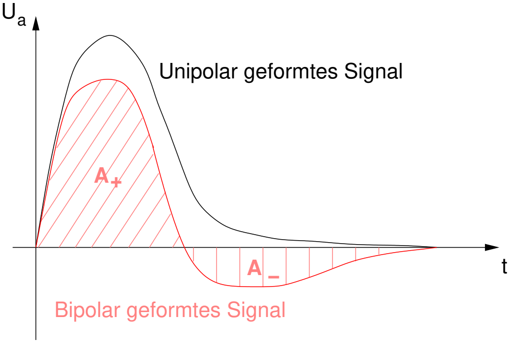
Hochpass



$$U_a = (1 + i\omega RC)\, U_e .$$

Verstärkung höherer Frequenzen.

Unipolare und bipolare Impulsformung



$$|A_+| = |A_-|$$

Nachteil unipolaren Signalformens:
Wanderung des Impulsbodens aufgrund der Überlagerung aufeinanderfolgender Impulse bei hohen Signalraten.

Abhilfer für dieses Problem:
Verwendung bipolarer Impulsformung, wodurch der Impulsboden im Mittel nicht wandert.