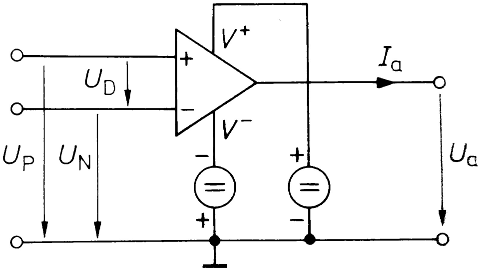
Konzepte für Experimente an zukünftigen Hadroncollidern II

PD Dr. Oliver Kortner

22.05.2020

Operationsverstärker

- Operationsverstärker sind breitbandige Differenzverstärker mit hoher Verstärkung und hohem Eingangswiderstand.
- Operationsverstärker sind als integriete Schaltungen aus Bipolar- und Feldeffekttransistoren erhältlich.

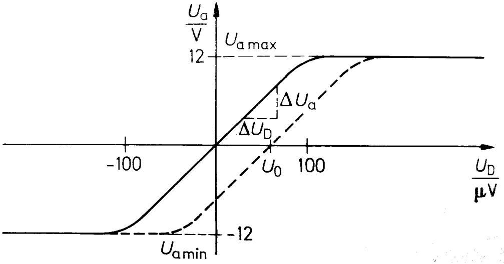


- Eingangsstufe als Differenzverstärker ausgeführt, daher zwei Eingänge (+ und -).
- Positive und negative Versorgungsspannung nötig, um die Ein- und Ausgänge positiv und negativ aussteuern zu können.

- Offene Verstärkung:

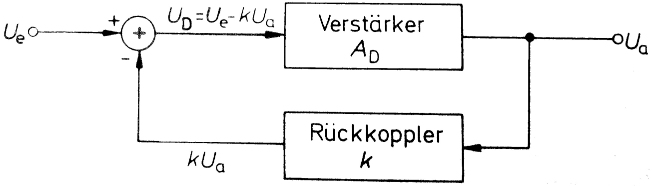
$$A_D := \frac{dU_a}{dU_D}.$$

Kennlinie eines Operationsverstärkers



- Offsetspannung U_0 bei den meisten Operationsverstärkern abgleichbar.
- Lineare Abhängigkeit von U_a von U_D in einem kleinen Bereich von U_D um U_0.
- Konstante Ausgangsspannung außerhalb dieses Bereichs (Übersteuerung des Verstärkers).

Prinzip der Gegenkopplung

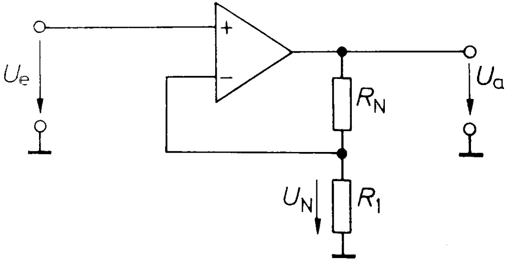


- $U_a = A_D(U_e - kU_a) \Leftrightarrow U_a = \frac{A_D}{1+kA_D} U_e \underset{A_D \to \infty}{\approx} \frac{1}{k} U_e$.
- $U_P = U_e$, $U_N = kU_a$, $|U_a|<$const. Also ist

$$|U_P - U_N| = \frac{U_a}{A_D} \underset{A_D \to \infty}{\to} 0,$$

d.h. $\boxed{U_P = U_N}$.

Nichtinvertierender Verstärker

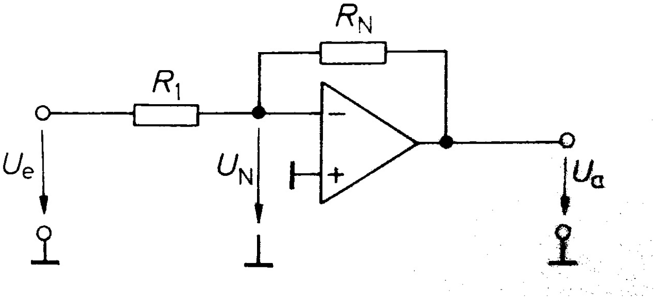


$$U_e = U_P = U_N = \frac{R_1}{R_1 + R_N} U_a$$

$$\Leftrightarrow \quad U_a = \left(1 + \frac{R_N}{R_1}\right) U_e.$$

- Verstärkung positiv.
- Wert der Verstärkung durch die Wahl von R_N und R_1 vollständig festgelegt.

Invertierender Verstärker



$$U_P = U_N = 0.$$

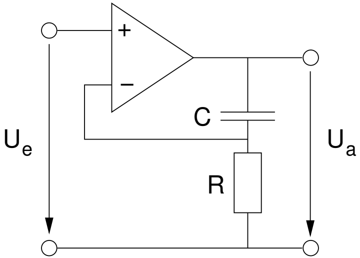
$$\Rightarrow \quad \underline{U_a} = R_N \cdot I_N = R_N(-I_1) = -R_N \frac{U_e}{R_1} = \underline{-\frac{R_N}{R_1} U_e}.$$

- Verstärkung negativ.
- Wert der Verstärkung durch die Wahl von R_N und R_1 vollständig festgelegt.

Impulsformung mit Tief- und Hochpässen

Zur Impulsformung von Detektorsignalen schaltet man Tief- und Hochpässe unterschiedlicher Zeitkonstanten (RC) hintereinander. Zur Trennung der Pässe kann man einen Operationsverstärker mit kapazitiver Ein- und Auskopplung der Signale verwenden.

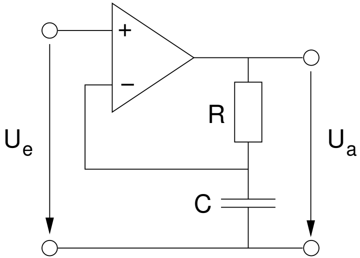
Tiefpass



$$U_a = \left(1 + \frac{1}{i\omega RC}\right) U_e.$$

Verstärkung niedriger Frequenzen.

Hochpass



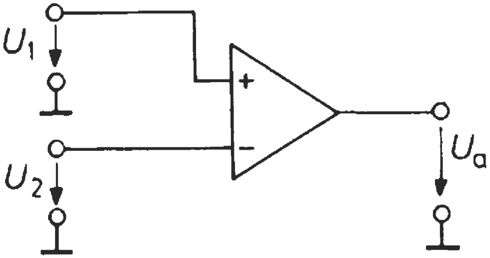
$$U_a = (1 + i\omega RC)\, U_e.$$

Verstärkung höherer Frequenzen.

Von Analog- zu Digitalsignalen

Operationsverstärker als Komparator

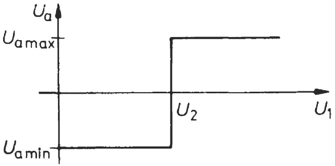
- Ein Operationsverstärker geht in Sättigung, wenn $|U_P - U_N|$ einen kleinen Wertebereich überschreitet.
- Komparatoren sind Operationsverstärker, bei denen man diesen Bereich sehr klein gewählt hat.



Im Idealfall gilt:

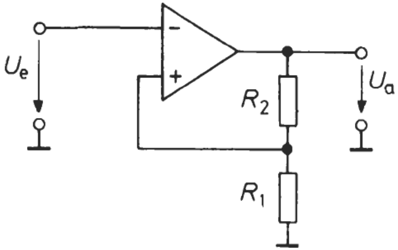
$$U_a = \begin{cases} U_{a,max} \; für \; U_1 > U_2, \\ U_{a,min} \; für \; U_1 < U_2. \end{cases}$$

Kennlinie:



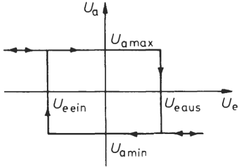
- Ein Schmitttrigger ist ein Komparator, bei dem der Ein- und der Ausschaltpegel nicht zusammenfallen.
- Ein Komparator geht in Sättigung, wenn $U_P \neq U_N$ ist.

Invertierender Schmitttrigger



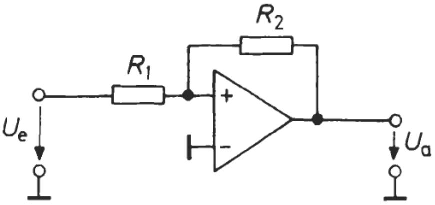
- Einschaltpegel: $U_{e,ein} = \frac{R_1}{R_1+R_2} U_{a,min}$.
- Ausschaltpegel: $U_{e,aus} = \frac{R_1}{R_1+R_2} U_{a,max}$.
- Die Differenz zwischen Ein- und Ausschaltpegel nennt man die Schalthysterese.

Übertragungskennlinie:

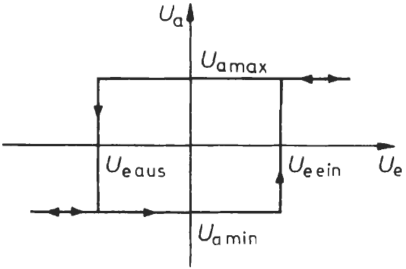


- Einschaltpegel: $U_{e,ein} = -\frac{R_1}{R_2} U_{a,min}$.
- Ausschaltpegel: $U_{e,aus} = -\frac{R_1}{R_2} U_{a,max}$.

Schaltung



Übertragungskennlinie:

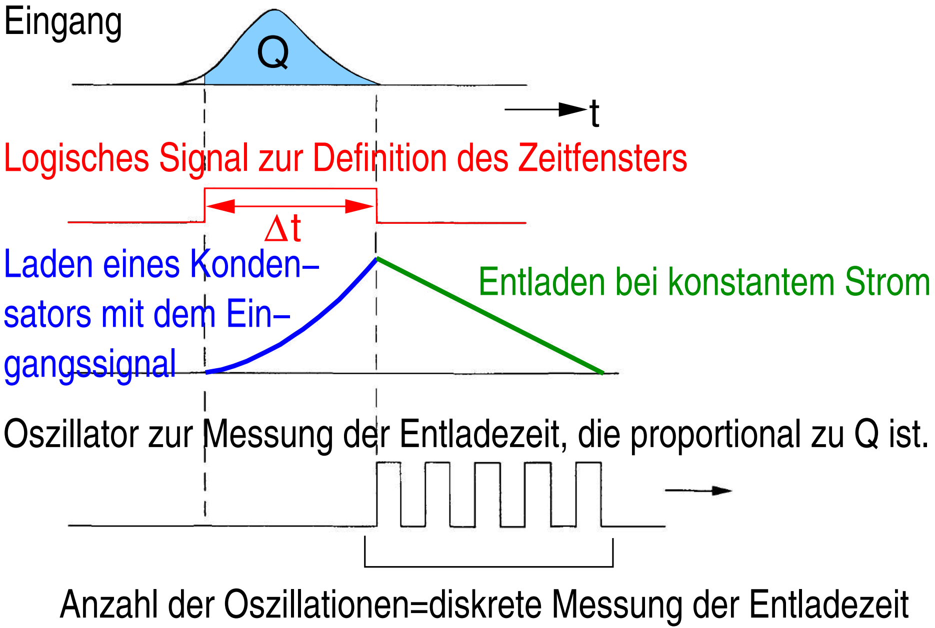


Analog-Digital-Wandler

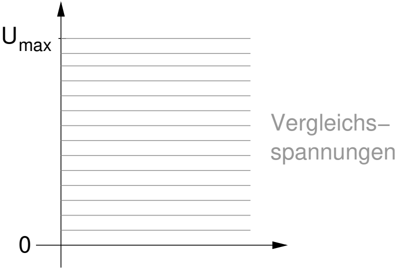
Man unterscheidet zwei Grundtypen von Analog-Digital-Wandlern.

- Ladungsempfindlicher Analog-Digital-Wandler
  Messung von
  $$Q := \int_{t_0}^{t_0+\Delta t} I(t)\,dt$$
  und Umwandlung des Messwertes in eine ganze Zahl.
- Amplitudenempfindlicher Analog-Digital-Wandler
  Messung des Höchstwertes eines Signals $U(t)$ im Intervall $[t_0, t_0 + \Delta t]$ und Umwandlung des Messwertes in eine ganze Zahl.

Wilkinsonsche Methode zur Ladungsmessung



Wägungsmethode zur Signalhöhenmessung



Unterteilung des dynamischen Bereichs des Analog-Digital-Wandlers in eine Reihe Vergleichsspannungen.
Umsetzung des Ergebnisses der Spannungsvergleiche in ein Bitmuster.

Zeit-Digital-Wandler

Analogsignal $\rightarrow$ Komparator $\rightarrow$ Logisches Signal $\rightarrow$ Zeitmesser

Einfachste Vorgehensweise bei der Zeitmessung

- Taktgeber mit einer Periodendauer T, die kleiner als die angestrebte Zeitmessgenauigkeit ist.
- Fortlaufendes Zählen der Takte. Verwendung eines Zählers mit n Bits, so dass $2^n \cdot T >$(zu messende Zeitintervalle) ist.
- Festhalten, zu welchen Takten n_{Start} und n_{Stop} die Start- und Stopsignale eingetroffen sind.

  $t_{Start} - t_{Stop}$ wird dann als $n_{Start} - n_{Stop}$ gemessen.

  Falls der Zähler überläuft, muss man $n_{Start} - n_{Stop} + 1$ verwenden.

Bauelemente zur Verarbeitung digitaler/logischer Signale

Logische Grundfunktionen

Zwei Zustände: logische 0 und logische 1.

Logische Grundfunktionen

- Konjunktion: $y = x_1 \wedge x_2 = x_1 \cdot x_2 = x_1 x_2$.
- Disjunktion: $y = x_1 \vee x_2 = x_1 + x_2$.
- Negation: $y = \bar{x}$.

Kommutatives Gesetz:
$x_1 x_2 = x_2 x_1$ | $x_1 + x_2 = x_2 + x_1$

Assoziatives Gesetz:
$x_1(x_2 x_3) = (x_1 x_2) x_3$ | $x_1 + (x_2 + x_3) = (x_1 + x_2) + x_3$

Distributives Gesetz:
$x_1(x_2 + x_3) = x_1 x_2 + x_1 x_3$ | $x_1 + x_2 x_3 = (x_1 + x_2)(x_1 + x_3)$

Absorptionsgesetz:
$x_1(x_1 + x_2) = x_1$ | $x_1 + x_1 x_2 = x_1$

Tautologie:
$xx = x$ | $x + x = x$

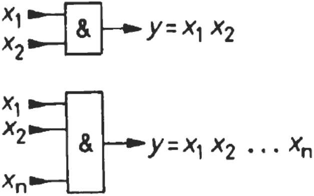
Gesetz für die Negation
$x\overline{x} = 0$ | $x + \overline{x} = 1$

Doppelte Negation:
$\overline{(\overline{x})} = x$

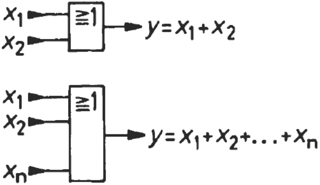
De Morgans Gesetz:
$\overline{x_1 x_2} = \overline{x}_1 + \overline{x}_2$ | $\overline{x_1 + x_2} = \overline{x}_1 \overline{x}_2$

Operationen mit 0 und 1:
$x \cdot 1 = x$ | $x + 0 = x$
$x \cdot 0 = 0$ | $x + 1 = 1$
$\overline{0} = 1$ | $\overline{1} = 0$

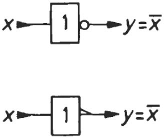
Konjunktion
Undschaltung



Disjunktion
Oderschaltung



Negation
Nichtschaltung



Methode der disjunktiven Normalform

Zur Aufstellung komplexerer logischer Funktionen kann man sich der sogenannten disjunktiven Normalform bedienen.

n Eingangsvariablen $x_1, \ldots, x_n$. 1 Ausgangsvariable y.

1. Man stelle eine Tabelle auf, in der zu allen möglichen Eingangswerten der gewünschte Ausgangswert steht. Diese Tabelle nennt man auch Wahrheitstafel.
2. Man sucht in der Wahrheitstafel alle Zeilen auf, in denen $y = 1$ ist.
3. Von jeder dieser Zeilen bildet man die Konjunktion aller Eingangsvariablen; wenn $x_k = 1$ ist, setzt man x_k ein, sonst $\bar{x}_k$.
4. Die gesuchte Funktion erhält man schließlich, indem man die Disjunktion aller gefundenen Produktterme bildet.

Beispiel des exklusiven Oders

Wahrheitstafel

Zeile	x_1	x_2	y	
1	1	1	0	
2	1	0	1	$\rightarrow x_1 \cdot \bar{x}_2 =: K_2$
3	0	1	1	$\rightarrow \bar{x}_1 \cdot x_2 =: K_3$
4	0	0	0	

Ergebnis

$$y = K_2 + K_3 = (x_1 \cdot \bar{x}_2) + (\bar{x}_1 \cdot x_2).$$

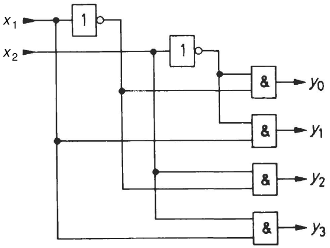
Wahrheitstafel

Zeile	x_1	x_2	y_3	y_2	y_1	y_0
1	0	0	0	0	0	1
2	0	1	0	0	1	0
3	1	0	0	1	0	0
4	1	1	1	0	0	0

Ergebnis

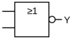
$y_0 = \bar{x}_1 \cdot \bar{x}_2$. $y_1 = \bar{x}_1 \cdot x_2$. $y_2 = x_1 \cdot \bar{x}_2$. $y_3 = x_1 \cdot x_2$.

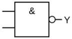
Schaltung



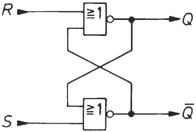
Flip-Flop zuer Speicherung eines Zustands

Abgeleitete Grundfunktionen

x_1 NOR $x_2 := \overline{x_1 + x_2} = \bar{x}_1 \cdot \bar{x}_2$. 

x_1 NAND $x_2 := \overline{x_1 \cdot x_2} = \bar{x}_1 + \bar{x}_2$. 

Flip-Flop



$$Q = \overline{\bar{Q} + R}.$$

$$\bar{Q} = \overline{S + Q}.$$

S	R	Q	$\bar{Q}$	
0	0	Q_{-1}	$\bar{Q}_{-1}$	(bisheriger Zustand)
0	1	0	1	(Zurücksetzen: 0|1)
1	0	1	0	(Setzen: 1|0)
1	1	(0)	(0)	

$S = R = 1$ gibt $Q = \overline{\bar{Q} + 1} = \bar{1} = 0$ und $\bar{Q} = \overline{1 + Q} = \bar{1} = 0$. Wenn man danach gleichzeitig $R = 0$ und $S = 0$ setzt, ist der Ausgangszustand nachher nicht mehr definiert.

$Q = \overline{\bar{Q} + 0} = \bar{\bar{Q}}$ kann 0 oder 1 sein.

$\bar{Q} = \overline{Q + 0} = \bar{(Q)}$ kann 0 oder 1 sein.

$\Rightarrow R = S = 1$ im Allgemeinen verboten.