

Konzepte für Experimente and zukünftigen Hadroncollidern II

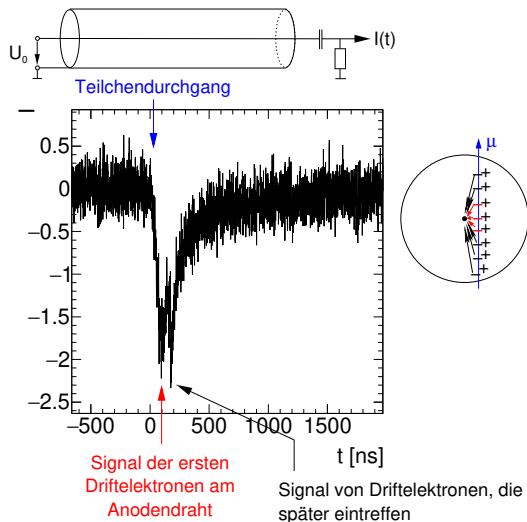
PD Dr. Oliver Kortner

16.04.2021

1. Grundlagen der elektronischen Auslese von Teilchendetektoren.
2. Grundlagen der statistischen Behandlung experimenteller Daten.
3. Rekonstruktion von pp -Kollisionsereignissen.
4. Triggerkonzepte für Experimente an Hadroncollidern.

Grundlagen der elektronischen Auslese von Teilchendetektoren

Einführendes Beispiel: Zylindrisches Driftrohr



- Teilchendetektoren liefern **Strom- oder Spannungspulse**, die z.B. Informationen über den Teilchendurchgang oder die deponierte Energie enthalten.
- Um diese Informationen zu erhalten müssen sie elektronisch weiterverarbeitet werden.

Analoges Signal: Information in der stetigen Veränderung der Eigenschaften des elektrischen Impulses enthalten, z.B. in der Impulshöhe, der Impulsdauer oder der Impulsform.

Digitales Signal: Information in diskreter Form gespeichert.

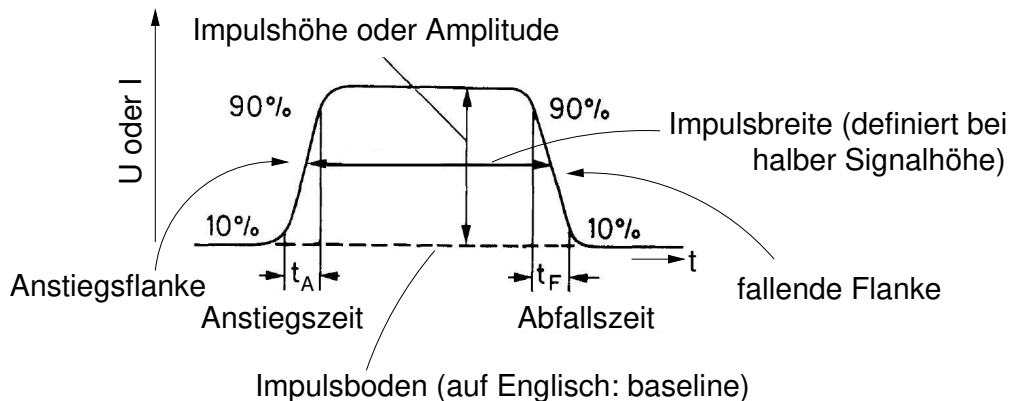
Beispiel. TTL (Transistor-Transistor-Logik):

Logische 0: Signal zwischen 0 und 0,8 V.

Logische 1: Signal zwischen 2 V und 5 V.

Vorteil eines digitalen Signals: Kein Informationsverlust bei kleinen Störungen des Signals.

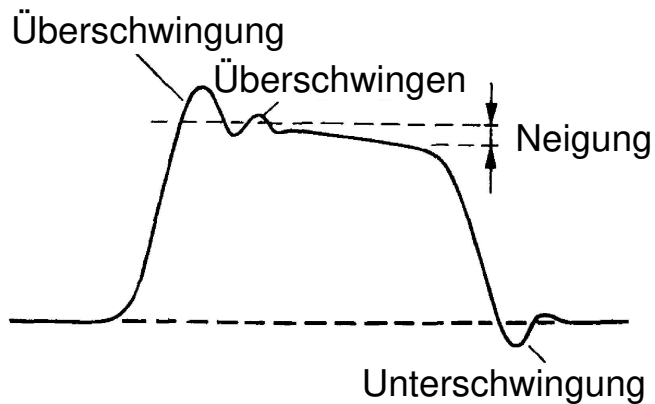
Charakteristische Größen eines Signalimpulses



Langsames Signal: $t_A \gtrsim 100$ ns.

Schnelles Signal: $t_A \lesssim 1$ ns.

Deformierter Rechtecksimpuls



Fourierzerlegung eines Signals

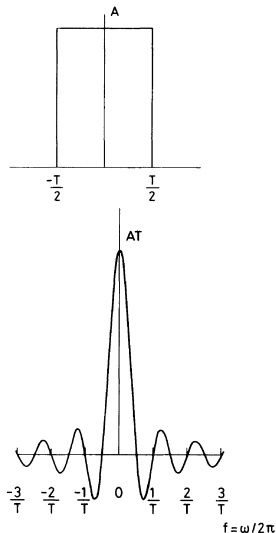
Zeitlicher Verlauf eines Signals: $s(t)$.

Fouriertransformierte: $\hat{s}(\omega)$.

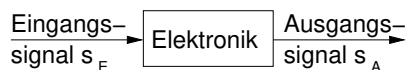
Beispiel eines idealen Rechtecksimpulses

$$s(t) = \begin{cases} A & \text{für } t \in [-\frac{T}{2}, \frac{T}{2}], \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \hat{s}(\omega) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} s(t) e^{-i\omega t} dt = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-T/2}^{T/2} A \cdot e^{-i\omega t} dt \\ &= \frac{A}{\sqrt{2\pi}} \frac{-i}{\omega} e^{-i\omega t} \Big|_{-T/2}^{T/2} = \frac{AT}{\sqrt{2\pi}} \frac{\sin(\frac{\omega T}{2})}{\omega T/2}. \end{aligned}$$



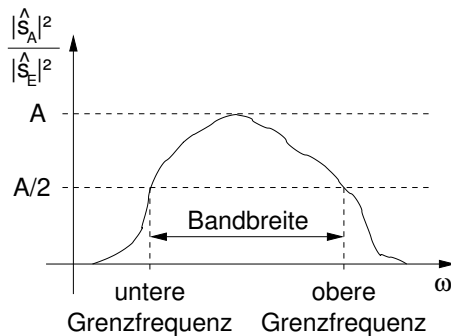
Dämpfung



$$\text{Dämpfung [dB]} := 10 \cdot \log_{10} \left(\frac{|\hat{s}_A|^2}{|\hat{s}_E|^2} \right).$$

$$-3 \text{ dB} = 10 \cdot \log_{10} \left(\frac{|\hat{s}_A|^2}{|\hat{s}_E|^2} \right) \Leftrightarrow \frac{|\hat{s}_A|^2}{|\hat{s}_E|^2} = 10^{-\frac{3}{10}} = \frac{1}{2}.$$

Bandbreite

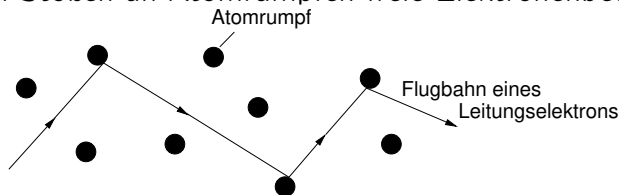


Drudes Modell der elektrischen Leitung in Metallen

Metalle sind elektrische Leiter. In einem idealen Leiter erfahren die Leitungselektronen keinen Widerstand. In einem realen Leiter stoßen sie an den Atomrümpfen.

Annahmen

- Vernachlässigung der Wechselwirkung zwischen den Leitungselektronen.
- Zwischen Stößen an Atomrümpfen freie Elektronenbewegung.



Elektronenbewegung im Drudemodell

Bewegungsgleichung eines Leitungselektrons:

$$m_e \cdot \vec{v} = -e\vec{E}.$$

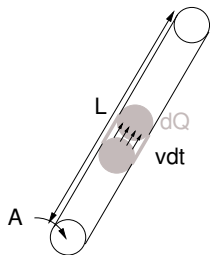
τ : Mittlere Zeit zwischen zwei Stößen an Atomrümpfen.

$$\langle \vec{v} \rangle = -\frac{e}{m_e} \vec{E} \cdot \tau + \underbrace{\langle \vec{v}_0 \rangle}_{=0 \text{ (im therm. Gleichgew.)}} = -\frac{e}{m_e} \tau \cdot \vec{E}.$$

n : Leitungselektronendichte.

L : Länge des realen Leiters.

A : Querschnittsfläche des realen Leiters.



$$dQ = -n \cdot e |\vec{v}| \cdot dt \cdot A \Leftrightarrow I = \frac{dQ}{dt} = -nev \cdot A = \frac{ne^2\tau}{m_e} \cdot A \cdot E.$$

Also ist

$$\vec{j} = \frac{ne^2\tau}{m_e} \cdot \vec{E} =: \sigma \cdot \vec{E}.$$

σ : elektrische Leitfähigkeit.

Spannung zwischen den Enden des Leiters:

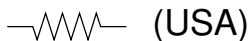
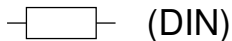
$$U = L \cdot \underbrace{E}_{=\frac{I}{\sigma \cdot A}} = \frac{L}{\sigma \cdot A} \cdot I =: R \cdot I \text{ (ohmsches Gesetz).}$$

Ohmscher Widerstand

$$R = \frac{L}{\sigma \cdot A} =: \rho \cdot \frac{L}{A}.$$

ρ : spezifischer Widerstand (Einheit: Ωcm).

Schaltsymbole für einen ohmschen Widerstand:



$$C = \frac{Q}{U} \Rightarrow \text{Kein Stromfluss bei Gleichspannung.}$$

Stromfluss bei Wechselspannung:

$$\frac{dU}{dt} = \frac{dQ}{dt} = \frac{I}{C}.$$

Übergang zur Frequenzdarstellung:

$$U(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{U}(\omega) e^{i\omega t} d\omega, \quad I(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{I}(\omega) e^{i\omega t} d\omega.$$

$$\frac{dU}{dt} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} i\omega \hat{U}(\omega) e^{i\omega t} d\omega = \frac{I(t)}{C} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{C} \hat{I}(\omega) e^{i\omega t} d\omega,$$

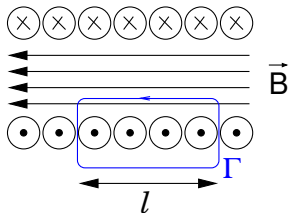
was auf $i\omega \hat{U}(\omega) = \frac{1}{C} \hat{I}(\omega)$, also $\boxed{\hat{U}(\omega) = \frac{1}{i\omega C} \hat{I}(\omega)}$ führt.

$$\hat{U}(\omega) = \frac{1}{i\omega C} \hat{I}(\omega).$$

Impedanz: $Z_C = \frac{1}{i\omega C}$.

Schaltsymbol: 

Zur Erinnerung: Feld innerhalb einer idealen Spule



$\frac{dN}{dl}$: Anzahl der Windungen pro Länge.
Ampèresches Gesetz:

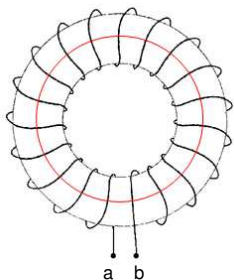
$$\oint_{\Gamma} \vec{B} \cdot d\vec{s} = l \cdot B = \mu_0 \cdot I \cdot \frac{dN}{dl} \cdot l.$$

$$B = \mu_0 \frac{dN}{dl} \cdot I =: \frac{1}{A} L \cdot I.$$

A: Querschnittsfläche der Spule.

L : Induktivität.

Ideale ringförmige Spule



- B nur innerhalb der Spule.
- Wenn die Spule aus einem idealen Leiter gewickelt ist, ist \vec{E} im Leiter gleich 0. Denn sonst würde ein unendlich großer Strom durch den Leiter fließen.

$$\Rightarrow U_{ab} = 0.$$

- Bei Wechselstrom ist wegen $\frac{dI}{dt} \neq 0$ auch $\frac{\partial B}{\partial t} \neq 0$, und es gibt eine nichtverschwindende elektromotorische Kraft.

$$\operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}.$$

$$U_{ab} = \oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = \int_A \operatorname{rot} \vec{E} \cdot d\vec{A} = - \int_A \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{A} = -\frac{\partial}{\partial t} B \cdot A = -\frac{\partial}{\partial t} \frac{1}{A} L J a = -L \frac{dI}{dt}.$$

Im Frequenzraum hat man dann $\hat{U}(\omega) = -i\omega L \hat{I}(\omega)$.

$$\hat{U}(\omega) = -i\omega L\hat{I}(\omega).$$

Impedanz: $Z_L = -i\omega L$.

Schaltsymbol:  (DIN)

 (USA)

Bemerkung. Im Frequenzraum lässt sich das Verhalten einer Schaltung mit den erwähnten passiven Elementen wie bei einer Schaltung mit ohmschen Widerständen berechnen, wenn man die Impedanzen verwendet.

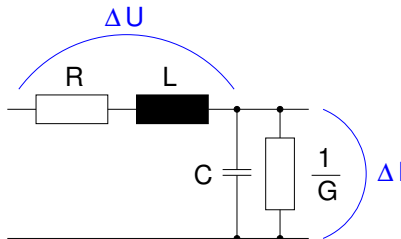
Erklärendes Beispiel: Signalübertragung über ein Koaxialkabel



Wegen ihrer Schirmung strahlen Koaxialkabel keine elektromagnetischen Wellen ab. Sie können aber auf der Schirmung elektromagnetische Störung aus der Umgebung auffangen.

Signalausbreitung in einem Koaxialkabel

Ersatzschaltbild für ein Δz langes Stück eines Koaxialkabels



$R, L, C, \frac{1}{G}$ sind Widerstand, Induktivität, Kapazität und Leitfähigkeit pro Länge.

Bei einem idealen Kabel sind R und G gleich 0.

Herleitung der allgemeinen Wellengleichung für ein Koaxialkabel

$$\Delta U = -(R \cdot \Delta z) \cdot I - (L \cdot \Delta z) \cdot \frac{\partial I}{\partial t}$$
$$\Delta I = -\left(\frac{1}{G} \cdot \Delta z\right) \cdot U - (C \cdot \Delta z) \cdot \frac{\partial U}{\partial t}$$

Teilen durch Δz und den Grenzübergang $\Delta z \rightarrow 0$ ergibt

$$\frac{\partial U}{\partial z} = -R \cdot I - L \cdot \frac{\partial I}{\partial t},$$
$$\frac{\partial I}{\partial z} = -\frac{1}{G} \cdot U - C \cdot \frac{\partial U}{\partial t}.$$

Allgemeinen Wellengleichung für ein Koaxialkabel

$$\begin{aligned}\frac{\partial U}{\partial z} &= -R \cdot I - L \cdot \frac{\partial I}{\partial t}, & \left| \frac{\partial}{\partial z} \right. \\ \frac{\partial I}{\partial z} &= -\frac{1}{G} \cdot U - C \cdot \frac{\partial U}{\partial t}. & \left| \frac{\partial}{\partial t} \right.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 U}{\partial z^2} &= -R \cdot \frac{\partial I}{\partial z} - L \frac{\partial^2}{\partial z \partial t} I, \\ \frac{\partial^2}{\partial z \partial t} I &= -\frac{1}{G} \cdot \frac{\partial U}{\partial t} - C \cdot \frac{\partial^2 U}{\partial t^2}.\end{aligned}$$

$$\frac{\partial^2 U}{\partial z^2} = LC \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} + (LG + RC) \frac{\partial U}{\partial t} + RGU.$$

Ideales Kabel: $R=0$, $G=0$.

$$\frac{\partial^2 U}{\partial z^2} = LC \frac{\partial^2 U}{\partial t^2}$$

(Wellengleichung mit $v = \frac{1}{\sqrt{LC}}$).

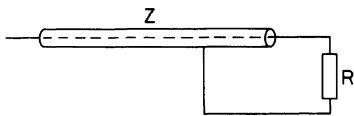
- In einem realen Kabel ist G in sehr guter Näherung 0.
- In einem realen Kabel führt $R \neq 0$ zur Dispersion. In der Praxis sind die eingesetzten Kabel meistens so kurz, dass man die Dispersion vernachlässigen, also $R = 0$ annehmen kann.
- $L = \frac{\mu}{2\pi} \ln \frac{b}{a}$ [H/m], $C = \frac{2\pi\epsilon}{\ln \frac{b}{a}}$ [F/m].

$$\Rightarrow v = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon}}.$$

Die Wahl des Dielektrikums bestimmt also v .

- Wellenwiderstand: $Z := \frac{dU}{dI} = \sqrt{\frac{L}{C}}$.
Der Wellenwiderstand hängt von der Geometrie des Kabels, also von seinem Innen- und Außendurchmesser sowie vom Dielektrikum ab.

Reflexionen an Kabelenden



$$U(t, x) = f(x - vt) + g(x + vt),$$

also einlaufende + reflektierte Welle.

Eingangssignal: $U_E, I_E, Z = \frac{U_E}{I_E}$.

Reflektiertes Signal: $U_R, I_R, Z = \frac{U_R}{I_R}$.

Spannungsabfall am Widerstand R : $U_E + U_R$.

Strom durch R : $I_E + I_R$.

$$\Rightarrow R = \frac{U_E + U_R}{I_E - I_R} = \frac{U_E \left(1 + \frac{U_R}{U_E}\right)}{I_E \left(1 - \frac{I_R}{I_E}\right)} = Z \frac{1 + \rho}{1 - \rho}$$

mit dem Reflexionskoeffizienten $\rho := \frac{U_R}{U_E} = \frac{I_R}{I_E}$. Es gilt $\rho = \frac{R-Z}{R+Z}$.

- Offenes Kabel: $R = \infty$. $\rho = 1$. Vollständige Reflexion am Kabelende.
- Kurzgeschlossenes Kabel: $R = 0$. $\rho = -1$. Reflexion mit entgegengesetzter Amplitude.
- Abgeschlossenes Kabel: $R = Z$. $\rho = 0$. Keine Reflexion.