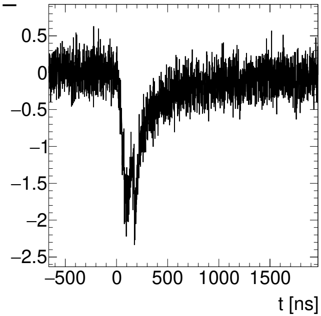
Konzepte für Experimente an zukünftigen Hadroncollidern II

PD Dr. Oliver Kortner

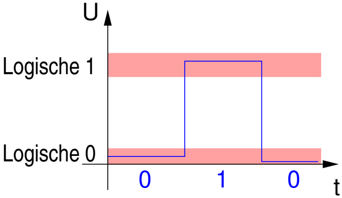
23.04.2021

Unterscheidung zweier grundlegender Signalarten

- Analoges Signal: Information in der stetigen Veränderung der Eigenschaften des elektrischen Impulses enthalten, z.B. in der Impulshöhe, der Impulsdauer oder der Impulsform.



- Digitales Signal: Information in diskreter Form gespeichert.



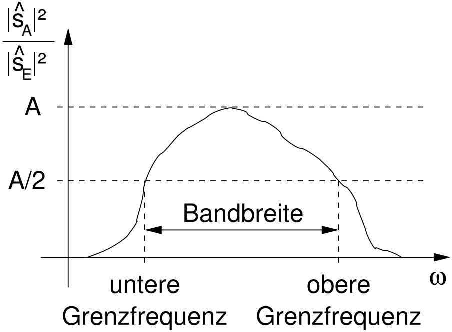
Wiederholung des Stoffs des letzten Vorlesung

Dämpfung

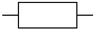
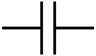
$$\text{Dämpfung [dB]} := 10 \cdot \log_{10}\left(\frac{|\hat{s_A}|^2}{|\hat{s_E}|^2}\right).$$

$$-3\ \text{dB} = 10 \cdot \log_{10}\left(\frac{|\hat{s_A}|^2}{|\hat{s_E}|^2}\right) \Leftrightarrow \frac{|\hat{s_A}|^2}{|\hat{s_E}|^2} = 10^{-\frac{3}{10}} = \frac{1}{2}.$$

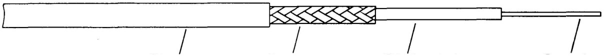
Bandbreite



Passive elektronische Bauelemente

Bauelement	Schaltsymbol	Impendanz
Ohmscher Widerstand R	 (DIN)  (USA)	R
Kapazität C		$\frac{1}{i\omega C}$
Induktivität L	 (DIN)  (USA)	$i\omega L$

Signalausbreitung in einem Koaxialkabel



- Wellengleichung

$$\frac{\partial^2 U}{\partial z^2} = LC\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} + RC\frac{\partial U}{\partial t}.$$

  L, C, R: Induktivität, Kapazität, Widerstand des Kabels pro Länge.
- Ideales Kabel: $R = 0$.
  - $\rightarrow$ Wellengleichung mit $v = \frac{1}{\sqrt{LC}}$.
  - $\rightarrow$ Verlustfreie und unverzerrte Signalübertragung.
  - $\rightarrow$ Wellenwiderstand $Z := \frac{dU}{dI} = \sqrt{\frac{L}{C}}$.
- Reales Kabel: $R > 0$.
  - $\rightarrow$ Signaldämpfung und Dispersion bei langen Kabeln.

- Die analogen Signale, die aus unmittelbar aus Teilchendetektoren kommen, sind im Allgemeinen sehr klein.

  Beispiel: MDT-Driftrohr mit Ar/CO_2 (93:7) bei 3 bar.
  $\frac{dE}{dx} = 7.5$ keV/cm$\widehat{\approx} 7.5/0.03 = 250$ Elektron-Ion-Paare/cm.
  Bei einer Gasverstärkung von 20000 entspricht dies einer Gesamtladung von nur ~ 1 pC.

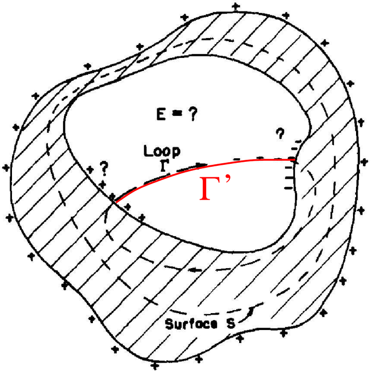
$\Rightarrow$ Schutz der kleinen Signale durch einen Faradaykäfig.

$\Rightarrow$ Verstärkung der Signale.

$\Rightarrow$ Leitung der unverstärkten Signale über möglichst kurze Strecken.

Prinzip des Faradaykäfigs in der Elektrostatik

- Kein elektrisches Feld innerhalb eines Leiters, weil sonst ein Strom flösse.
- In einem von einem Leiter vollständig umschlossenen Hohlraum ist das elektrische Feld gleich 0.
  Beweis durch Widerspruch.



(Abb. 5-12 aus Feynman lectures Bd 2)

Wenn E ungleich 0 im Hohlraum wäre, dann gäbe es einen Pfad Γ', für den $\int_{\Gamma'} \vec{E} \cdot d\vec{s} \neq 0$ wäre. Weil $\vec{E} = 0$ innerhalb des Leiter ist, wäre dann $\oint_{\Gamma} \vec{E} \cdot d\vec{s} = \int_{\Gamma'} \vec{E} \cdot d\vec{s} \neq 0$, was $rot \vec{E} = 0$ widerspricht.

1. Bewegungsgleichung, die dem Drudemodell zugrunde liegt

$$m_e \frac{d\vec{v}}{dt} = -\frac{m_e}{\tau}\vec{v} - e\vec{E}.$$

Wenn man $\vec{E}(t,\vec{x}) = \vec{E}(\omega,\vec{x})e^{-i\omega t}$ betrachtet, dann ist $\vec{v}(t,\vec{x}) = \vec{v}(\vec{x})e^{-i\omega t}$, und man erhält

$$\vec{v}(\vec{x}) = \frac{-e\tau}{m_e}\frac{1}{1-i\omega\tau}\vec{E}(\omega,\vec{x}),$$

was auf

$$\vec{j} = -ne\vec{v} = \frac{e^2\tau}{m_e}\frac{1}{1-i\omega\tau}\vec{E} =: \underbrace{\frac{\sigma_0}{1-i\omega\tau}}_{=:\sigma(\omega)}\vec{E}$$

führt.

2. Maxwellgleichung für elektromagnetische Felder in Leitern

$$div\,\vec{E} = 0. \quad div\,\vec{B} = 0. \quad rot\,\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}. \quad rot\,\vec{B} = \frac{1}{c^2 \epsilon_0}\vec{j} + \frac{1}{c^2}\frac{\partial \vec{E}}{\partial t}.$$

$$rot(rot\,\vec{E}) = grad(\underbrace{div\,\vec{E}}_{=0}) - \Delta \vec{E} = rot\left(-\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\right) = -\frac{\partial}{\partial t} rot\,\vec{B}.$$

Für $\vec{E}(t, \vec{x}) = \vec{E}(\omega, \vec{k})e^{-i(\omega t - \vec{k}\cdot\vec{x})}$ nutzt man nun $\vec{j} = \sigma(\omega)\vec{E}$ aus und erhält

$$|\vec{k}|^2 = \frac{\omega^2}{c^2}\left[1 + i\frac{\sigma(\omega)}{\epsilon_0 \omega}\right].$$

$\sigma(\omega) = \frac{\sigma_0}{1 - i\omega\tau} \underset{\omega\tau \gg 1}{\longrightarrow} \frac{i\sigma_0}{\omega\tau}$, also

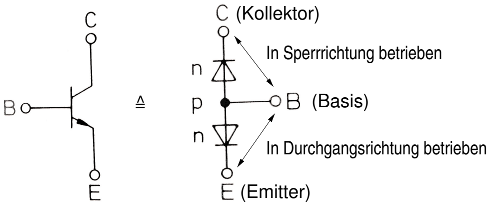
$$|\vec{k}|^2 = \frac{\omega^2}{c^2}\left(1 - \frac{\sigma_0}{\epsilon_0 \omega^2 \tau}\right) = \frac{\omega^2}{c^2}\left(1 - \frac{ne^2}{\epsilon_0 \omega^2}\right),$$

was für $\omega < \frac{ne^2}{\epsilon_0}$ negativ ist. Dann ist $|\vec{k}|$ imaginär und das elektrische Feld nimmt mit zunehmendem Eindringen in den Leiter exponentiell ab.

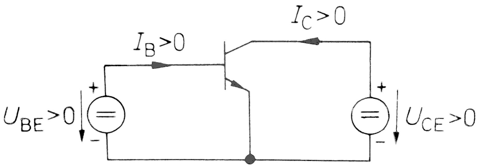
Schlussfolgerungen

- Auch Wechselfelder kann man durch einen Faradaykäfig abschirmen, wenn deren Frequenz nicht zu hoch wird.
- Wählt man z.B. Aluminium oder Messing als hinreichend dickes Material des Faradaykäfigs, kann man Felder bis in den Gigaherzbereich abschirmen.

Ein Bipolartransistor ist ein npn- oder ein pnp-Übergang mit 3 Anschlüssen.



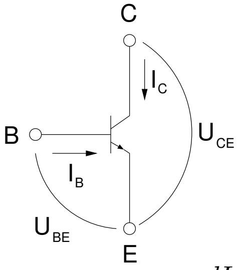
Polung eines npn-Transistors



Wenn man U_{BE} erhöht, verringert man die Spannung zwischen Basis und Kollektor, wordurch die Diode BC leitender wird und somit mehr Strom aus dem Emitter fließt, als in die Basis geflossen ist.

Konzept der Kleinsignalverstärkung

- Ein Bipolartransistor ist ein Stromverstärker mit der Stromverstärkung $B = \frac{I_C}{I_B}$.
- Der Wert von B hängt von den Werten der angelegten Spannungen ab.
- In der Praxis ist man an der Verstärkung kleiner Signale interessiert. Hierzu überlagert man diese kleinen Signal einer Gleichspannung, die den Arbeitspunkt des Transistors festlegt.
- Da B von einem zum anderen Transistor schwankt, legt man die Verstärkung durch die Beschaltung des Transistors fest, wie im folgenden an Beispielen erläutert wird.



Ziel: Verstärkung kleiner, zeitlich veränderlicher Signale.

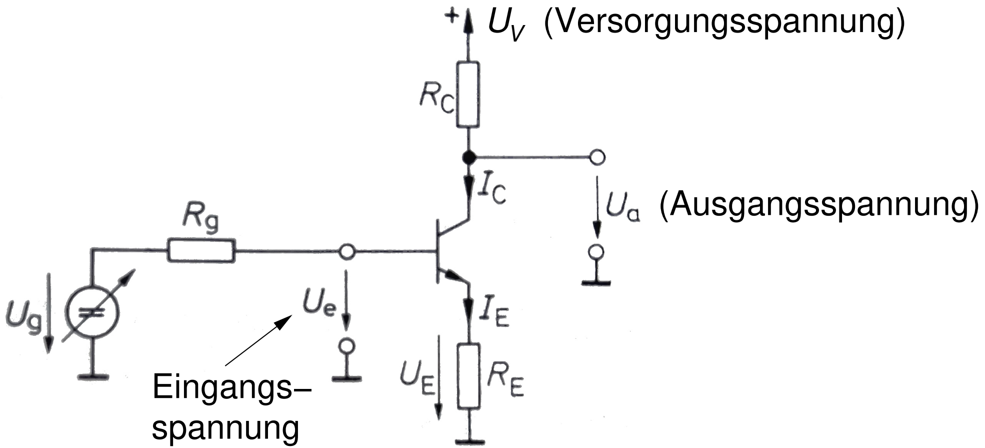
$$dI_B = \left.\frac{\partial I_B}{\partial U_{BE}}\right|_{U_{CE}} \cdot dU_{BE} + \left.\frac{\partial I_B}{\partial U_{CE}}\right|_{U_{BE}} \cdot dU_{CE},$$

$$dI_C = \left.\frac{\partial I_C}{\partial U_{BE}}\right|_{U_{CE}} \cdot dU_{BE} + \left.\frac{\partial I_C}{\partial U_{CE}}\right|_{U_{BE}} \cdot dU_{CE}.$$

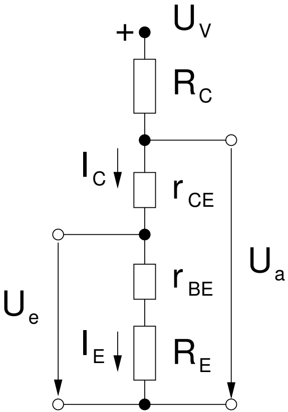
- $\frac{1}{r_{BE}} := \frac{\partial I_B}{\partial U_{BE}}|_{U_{CE}}$ klein. $\frac{\partial I_B}{\partial U_{CE}}|_{U_{BE}} \approx 0$.
- Steilheit $S := \frac{\partial I_C}{\partial U_{BE}}|_{U_{CE}}$ groß. $\frac{1}{r_{CE}} := \frac{\partial I_C}{\partial U_{CE}}|_{U_{BE}}$ klein.

$$\Rightarrow dI_B = \frac{1}{r_{BE}} \cdot dU_{BE},$$

$$dI_C = S \cdot dU_{BE} + \frac{1}{r_{CE}} \cdot dU_{CE}.$$


+ U_V (Versorgungsspannung)
R_C
I_C
U_a (Ausgangsspannung)
R_g
U_g
U_e
Eingangs–
spannung
I_E
U_E
R_E

Ersatzschaltbild zur Berechnung der Kleinsignalverstärkung $A := \frac{dU_a}{dU_e}$



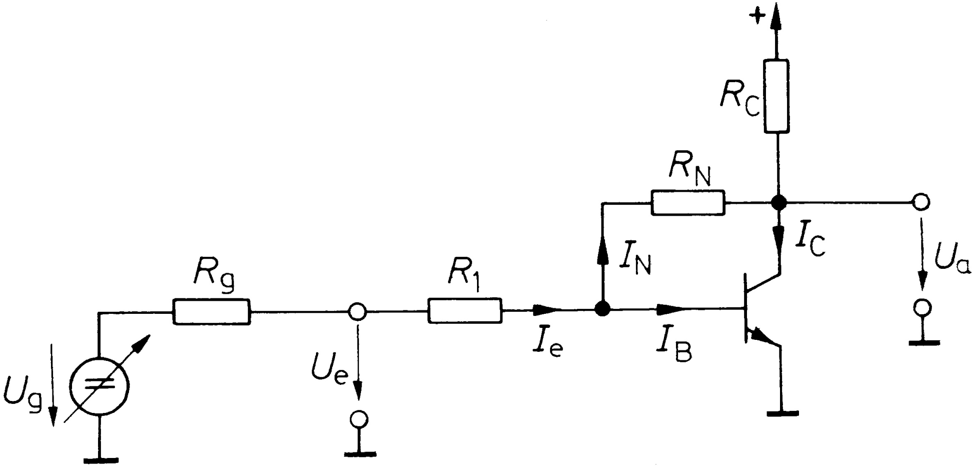
$$dI_E = \frac{dU_e}{r_{BE} + R_E} \underset{r_{BE} \ll R_E}{\approx} \frac{dU_e}{R_E}.$$

$$dI_C = \frac{d(U_V - U_a)}{R_C} \underset{dU_V = 0}{=} -\frac{dU_a}{R_C}.$$

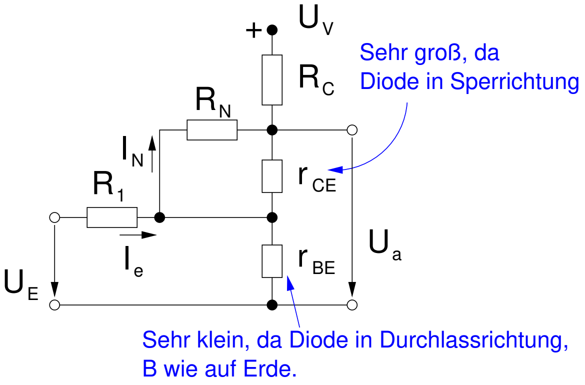
$$dI_E = dI_C \Rightarrow A = \frac{dU_a}{dU_e} = -\frac{R_C}{R_E}.$$

Die Schaltung ist invertierend mit einer Kleinsignalverstärkung, die nur von der Beschaltung des Transistors abhängt, nämlich von R_C und R_E.

2. Bsp.: Emitterschaltung mit Spannungsgegenkopplung



Ersatzschaltbild zur Berechnung der Kleinsignalverstärkung $A := \frac{dU_a}{dU_e}$



$$dU_e = R_1\,dI_e,\;\; dU_a = R_N\,dI_N = -R_N\,dI_E.$$

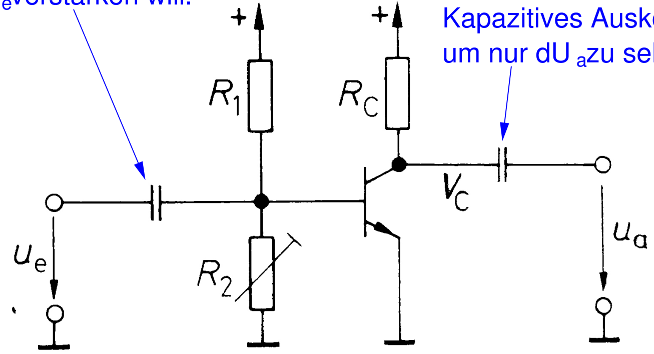
$$\Rightarrow A = \frac{dU_a}{dU_e} = \frac{-R_N}{R_1}.$$

Die Schaltung ist invertierend mit einer Kleinsignalverstärkung, die nur von der Beschaltung des Transistors abhängt, nämlich von R_N und R_1.

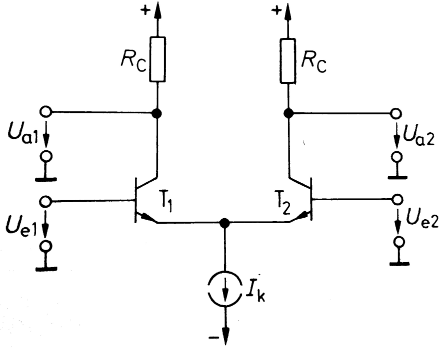
Arbeitspunkteinstellung

Kapazitives Einkoppeln des Signals, um den Arbeitspunkt nicht zu verschieben. Möglich, da man nur dU_e verstärken will.

Kapazitives Auskoppeln, um nur dU_a zu sehen.



Spannungsteiler zur Fest–legung des Arbeitspunktes des Transistors



- Konstantstromquelle am Emitter. $\Rightarrow dI_k = 0$.
- Innenwiderstand der Konstantstromquelle: r_k.

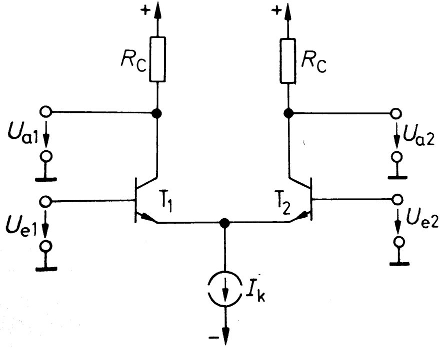
- $I_k = I_{C1} + I_{C2} \Rightarrow dI_{C1} = -dI_{C2}$.
- Also ist $dU_{a1} = -dU_{a2}$.
- Es ist auch
  $dU_{e1} = dU_{BE1} = -dU_{BE2} = -dU_{e2}$.
- $U_D := U_{e1} - U_{e2}$.
  $$dU_{e1} = d(U_{e1} - U_{e2} + U_{e2}) = dU_D + dU_{e2} = dU_D - dU_{e1},$$
  also $dU_D = \frac{1}{2} dU_{e1}$.

$\Rightarrow$ Differenzverstärkung $A_D = \frac{dU_{a1}}{dU_D}$

$$A_D = \frac{dU_{a1}}{2dU_{BE1}} = -\frac{1}{2} S(R_C || r_{CE}).$$

Da S groß ist, ist auch A_D groß.

Funktionsweise eines Differenzverstärkers



- Konstantstromquelle am Emitter. $\Rightarrow$ $dI_k = 0$.
- Innenwiderstand der Konstantstromquelle: r_k.

- $I_k = I_{C1} + I_{C2} \Rightarrow dI_{C1} = -dI_{C2}$.
- Also ist $dU_{a1} = -dU_{a2}$.
- Es ist auch
  $dU_{e1} = dU_{BE1} = -dU_{BE2} = -dU_{e2}$.
- $U_D := U_{e1} - U_{e2}$.
  $$dU_{e1} = d(U_{e1} - U_{e2} + U_{e2}) = dU_D + dU_{e2} = dU_D - dU_{e1},$$
  also $dU_D = \frac{1}{2} dU_{e1}$.

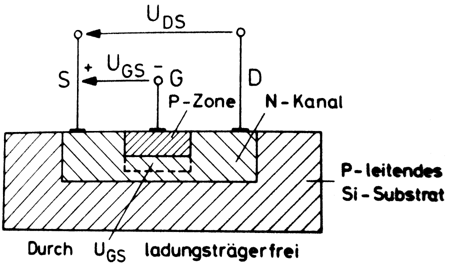
$\Rightarrow$ Differenzverstärkung $A_D = \frac{dU_{a1}}{dU_D}$

$A_D = \frac{dU_{a1}}{2dU_{BE1}} = -\frac{1}{2} S(R_C || r_{CE})$.

Da S groß ist, ist auch A_D groß.

Neben der Differenzverstärkung gibt es auch eine viel kleinere Gleichtaktverstärkung $A_{Gl} := \frac{dU_{a1}}{d(U_{e1}+U_{e2})/2} = -\frac{1}{2}\frac{R_C}{r_k}$, was unmittelbar aus der Formel für die Verstärkung der Emitterschaltung mit Stromgegenkopplung folgt.

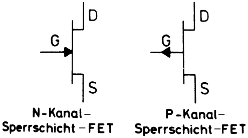
Aufbau eines n-Kanal-Sperrschicht-Feldeffekttransistors



S: Source.

G: Gate.

D: Drain.



- Steuerung der Größe der ladungsträgerfreien Zone über den Wert der Spannung U_{GS}.
- Dicke der ladungsträgerfreien Zone bestimmt den Widerstand zwischen Drain und Source.
- Vorteil von Feldeffekttransistoren gegenüber Bipolartransistoren: Geringere Leistungsaufnahme, da die Ansteuerung über das angelegte elektrische Feld und nicht über einen Strom erfolgt.