Wiederholung des Stoffs der letzten Vorlesung

2 Prozesse vorherrschend beim Durchgang schwerer geladener Teilchen durch Materie:

- Energieverlust durch Anregung und Ionisierung der Atome des Materials,
- Ablenkung durch elastische Streuung an den Atomkernen im Material.

Schwere Teilchen: $\mu^\pm$, $\pi^\pm$, p, α, leichte Kerne.

Energieverlust von Elektronen und Positronen

m_e so klein, dass die Beschleunigung, die Elektronen bzw. Positronen in Stößen an den Atomkernen erfahren, so groß wird, dass Bremsquanten abgestrahlt werden können.

$$\Rightarrow \quad \left.\frac{dE}{dx}\right|_{e^\pm} = \left.\frac{dE}{dx}\right|_{\text{Stöße}} + \left.\frac{dE}{dx}\right|_{\text{Bremsstrahlung}}$$

Energieverlust durch Anregung und Ionisierung von Atomen: Bethe-Bloch-Formel mit Abwandlungen, die berücksichtigen, dass die Elektronen in den Stößen an atomaren Elektronen abgelenkt werden und dass das einlaufende Elektron mit dem atomaren Elektron ununterscheidbar ist.

Bremsstrahlung

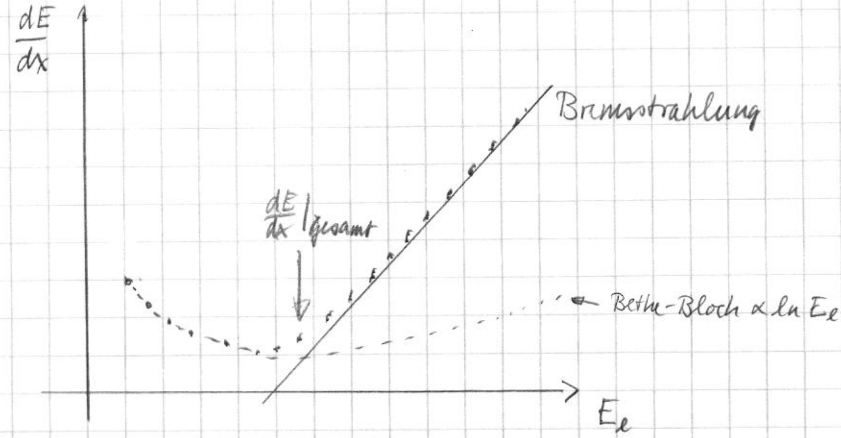
Strahlungsfeld einer beschleunigten Ladung $\propto a_{\text{Ladung}}$

Abgestrahlte Energie $\propto |\text{Feld}|^2 \propto a^2_{\text{Ladung}} = \left(\frac{F}{m}\right)^2 \propto \frac{1}{m^2}$

D.h. Bremsstrahlung bei schweren geladenen Teilchen anders als bei Elektronen gering.

$$-\left.\frac{dE}{dx}\right|_{\text{Bremsstrahlung}} = \overset{\substack{\text{Anzahl der Atome pro Volumen} \\ \downarrow}}{N}\, \underbrace{E_e}_{\text{Elektronenenergie}}\, \underbrace{\phi_{\text{Strahlung}}}_{\text{materialabhängiger Faktor}}$$

$\Longrightarrow$ Linearer Anstieg mit wachsender Elektronenenergie



Kritische Energie E_k

$$\left.\frac{dE}{dx}\right|_{\text{Stöße}} (E_k) = \left.\frac{dE}{dx}\right|_{\text{Bremsstrahlung}} (E_k)$$

$$E_k \approx \frac{800\,\text{MeV}}{Z + \frac{1}{2}} \quad \Rightarrow \text{Bremsstrahlung für } E_e > 1\,\text{GeV dominant.}$$

Strahlungslänge X_0

$$-\left.\frac{dE}{dx}\right|_{\text{Bremsstrahlung}} = N E_e \phi_{\text{Strahlung}},$$

also

$$E_e(x) = E_e(0)\, e^{-\frac{x}{X_0}}.$$

Wechselwirkung von Photonen mit Materie

Hauptprozesse:

1. Lichtelektrische Effekt.
2. Comptonstreuung.
3. e^+e^--Paarerzeugung.

$\Rightarrow$ Ein Photonenstrahl verliert beim Durchgang durch Materie nicht an Energie, sondern Intensität, da alle drei Prozesse Photonen aus dem Strahl entfernen.

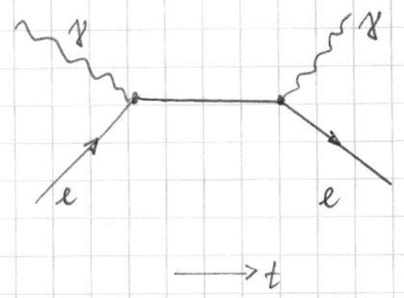
1. Lichtelektrischer Effekt

Absorption eines Photons durch ein atomares Elektron.

$$E_e = \hbar\omega_\gamma - \text{Bindungsenergie des Elektrons.}$$

2. Comptonstreuung

Streuung eines Photons an einem Elektron.



3. e^+e^- - Paarerzeugung

$\gamma \to e^+e^-$ wegen Energie- und Impulserhaltung nur möglich, wenn ein dritter Körper, also zum Beispiel ein Atomkern des Material beteiligt ist, auf das das Photon trifft.

$\Longrightarrow$ $m_{\gamma,min} = 2m_e$,

Wahrscheinlichkeit für Paarerzeugung $\propto Z^2$ (Z: Ordnungszahl des Materials)

Wahrscheinlichkeit für Paarerzeugung nach Strecke $x \propto e^{-\frac{x}{\lambda_{Paar}}}$.

$\lambda_{Paar} \approx \frac{9}{7} X_0$.

<u>Bedeutung der drei Prozesse bei verschiedenen Photonenenergien</u>

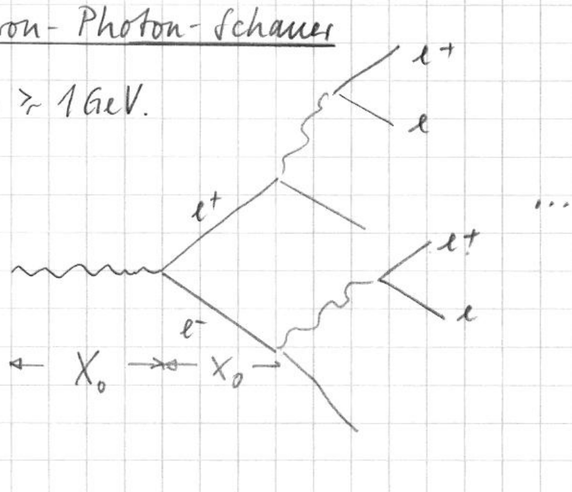
$E_\gamma \sim keV$: lichtelektrischer Effekt dominant.

$E_\gamma \sim MeV$: Comptonstreuung dominant.

$E_\gamma \gtrsim 10\,MeV$: Paarerzeugung dominant.

<u>Elektron-Photon-Schauer</u>

$E_\gamma \gtrsim 1\,GeV$.



Nach der Strecke $n \cdot X_0$: 2^n Teilchen mit $E_n \approx \frac{E_\gamma}{2^n}$.

Ende der Kaskade (des Schauers), wenn $E_n = E_k$.

$$E_k = \frac{E_\gamma}{2^n} \Leftrightarrow n = \frac{\ln \frac{E_\gamma}{E_k}}{\ln 2}.$$

Länge des Schauers: $n \cdot X_0 = X_0 \cdot \frac{\ln \frac{E_\gamma}{E_k}}{\ln 2}$.

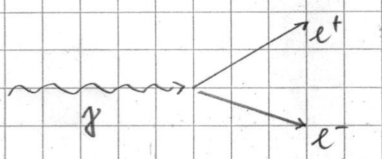
Beispiel: $E_\gamma = 100$ GeV.

Eisen: $X_0 \approx 2$ cm, $E_k \approx 20$ MeV.

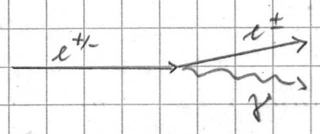
$n = 12$, d.h. ~ 4000 Teilchen

Schauerlänge: $L_{longitudinal} \approx 24$ cm.

Ausdehnung des Schauers senkrecht zur Ausbreitungsrichtung



bzw.



Kinematik in der Näherung masseloser Teilchen.

Anfangszustand

$p_A = (E_A, \underbrace{0, 0, E_A}_{\vec{p}_A})$

Endzustand

$p_1 = (E_1, p_{1,\perp}, 0, p_{1,\parallel})$, $p_2 = (E_2, p_{2,\perp}, 0, p_{2,\parallel})$

$p_1^2 = 0 = p_2^2$, also $E_{1/2} = \sqrt{p_{1/2,\perp}^2 + p_{1/2,\parallel}^2}$.

$$p_A = p_1 + p_2$$

Also gilt: $p_{1,\perp} + p_{2,\perp} = 0 \Leftrightarrow p_{2,\perp} = -p_{1,\perp}$

$E_A = p_{1,\parallel} + p_{2,\parallel} \Leftrightarrow p_{2,\parallel} = E_A - p_{1,\parallel}$

$E_A = E_1 + E_2 \Leftrightarrow E_A - E_1 = E_2 = \sqrt{p_{2,\parallel}^2 + p_{2,\perp}^2} = \sqrt{(E_A - p_{1,\parallel})^2 + p_{1,\perp}^2}$

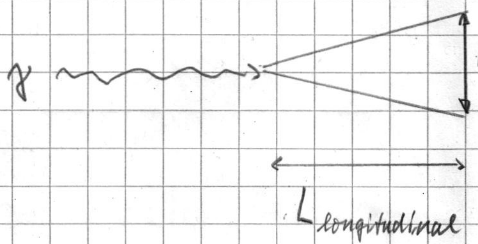
D.h. $(E_A - E_1)^2 = (E_A - p_{1,\parallel})^2 + p_{1,\perp}^2$

$\Leftrightarrow E_A^2 - 2E_A E_1 + E_1^2 = E_A^2 - 2E_A p_{1,\parallel} + p_{1,\parallel}^2 + p_{1,\perp}^2 = E_A^2 - 2E_A p_{1,\parallel} + E_1^2$

$\Leftrightarrow E_1 = p_{1,\parallel} \Rightarrow p_{1,\perp} = 0 = p_{2,\perp}$

D.h. im Grenzfall masseloser Teilchen hat der Schauer immer dieselbe transversale Ausdehnung 0 unabhängig von E_γ.

Die volle Behandlung mit massiven Elektronen und Positronen ergibt folgendes Ergebnis:



Molièreradius

$$L_\perp \approx 4\cdot R_M = 4X_0\cdot\frac{21{,}2\,\mathrm{MeV}}{E_k}$$

$\Rightarrow$ <u>$L_\perp$ unabhängig von E_γ!</u>

Für elektromagnetische Schauer ist also eine kleine, von $E_{\gamma(e^\pm)}$ unabhängige transversale Ausdehnung und eine von $\ln(E_{\gamma(e^\pm)})$ abhängige longitudinale Ausdehnung charakteristisch. Auch die Anzahl der erzeugten Schauerteilchen ist ein Maß (das Maß) für $E_{\gamma(e^\pm)}$; sie ist proportional zu $E_{\gamma(e^\pm)}$.