

# Konzepte für Experimente and zukünftigen Hadroncollidern II

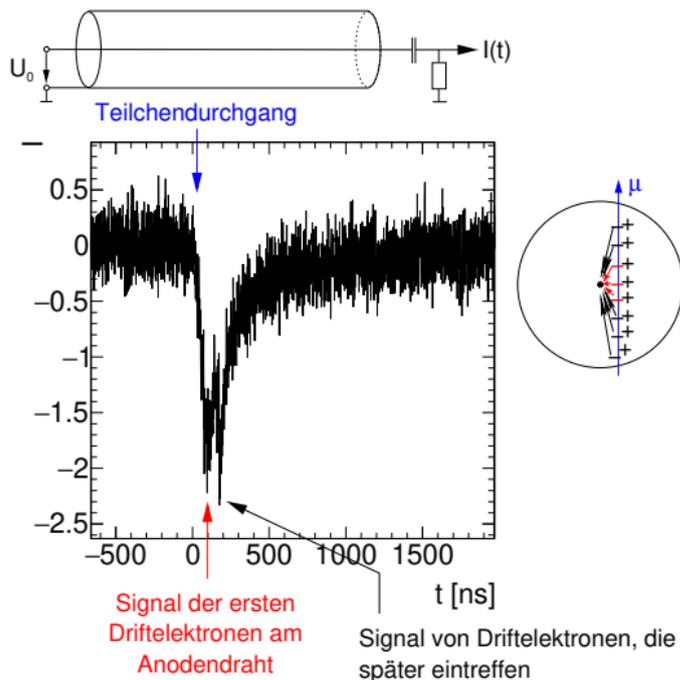
PD Dr. Oliver Kortner

28.04.2022

1. Grundlagen der elektronischen Auslese von Teilchendetektoren.
2. Grundlagen der statistischen Behandlung experimenteller Daten.
3. Rekonstruktion von  $pp$ -Kollisionsereignissen.
4. Triggerkonzepte für Experimente an Hadroncollidern.

# Grundlagen der elektronischen Auslese von Teilchendetektoren

# Einführendes Beispiel: Zylindrisches Driftrohr



- Teilchendetektoren liefern **Strom- oder Spannungsimpulse**, die z.B. Informationen über den Teilchendurchgang oder die deponierte Energie enthalten.
- Um diese Informationen zu erhalten müssen sie elektronisch weiterverarbeitet werden.

**Analoges Signal:** Information in der stetigen Veränderung der Eigenschaften des elektrischen Impulses enthalten, z.B. in der Impulshöhe, der Impulsdauer oder der Impulsform.

**Digitales Signal:** Information in diskreter Form gespeichert.

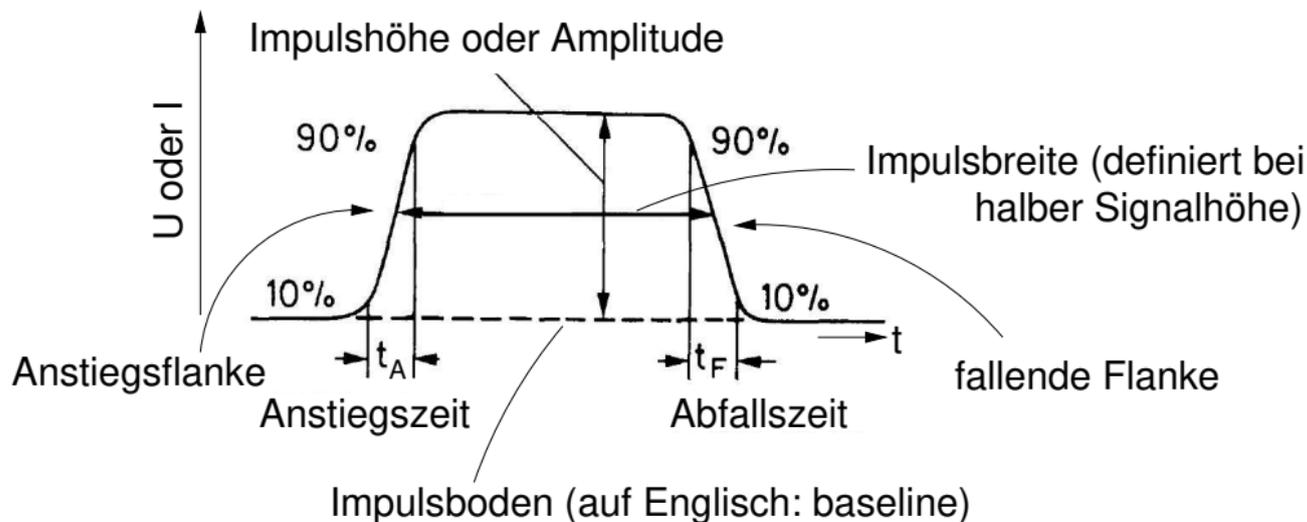
Beispiel. TTL (Transistor-Transistor-Logik):

Logische 0: Signal zwischen 0 und 0,8 V.

Logische 1: Signal zwischen 2 V und 5 V.

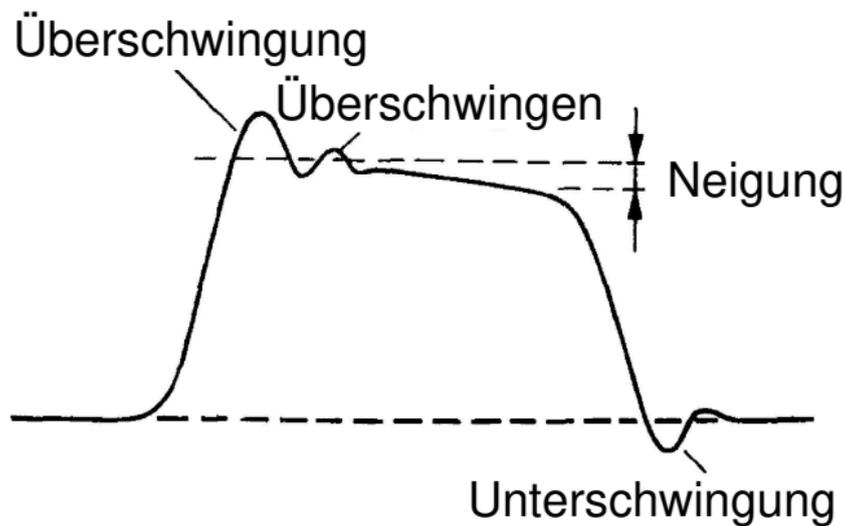
Vorteil eines digitalen Signals: Kein Informationsverlust bei kleinen Störungen des Signals.

# Charakteristische Größen eines Signalimpulses



Langsames Signal:  $t_A \gtrsim 100$  ns.

Schnelles Signal:  $t_A \lesssim 1$  ns.



# Fourierzerlegung eines Signals

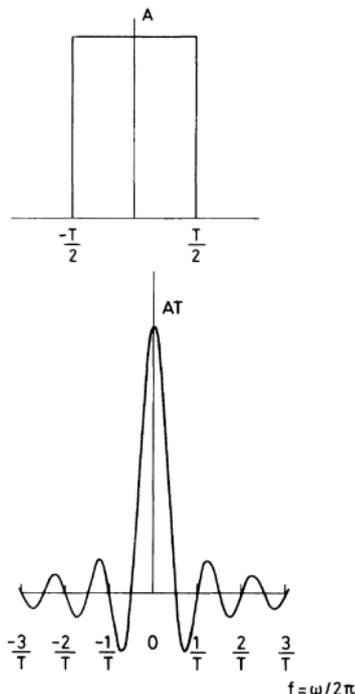
Zeitlicher Verlauf eines Signals:  $s(t)$ .

Fouriertransformierte:  $\hat{s}(\omega)$ .

Beispiel eines idealen Rechtecksimpulses

$$s(t) = \begin{cases} A & \text{für } t \in [-\frac{T}{2}, \frac{T}{2}], \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \hat{s}(\omega) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} s(t) e^{-i\omega t} dt = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-T/2}^{T/2} A \cdot e^{-i\omega t} dt \\ &= \frac{A}{\sqrt{2\pi}} \frac{-i}{\omega} e^{-i\omega t} \Big|_{-T/2}^{T/2} = \frac{AT}{\sqrt{2\pi}} \frac{\sin(\frac{\omega T}{2})}{\omega T/2}. \end{aligned}$$



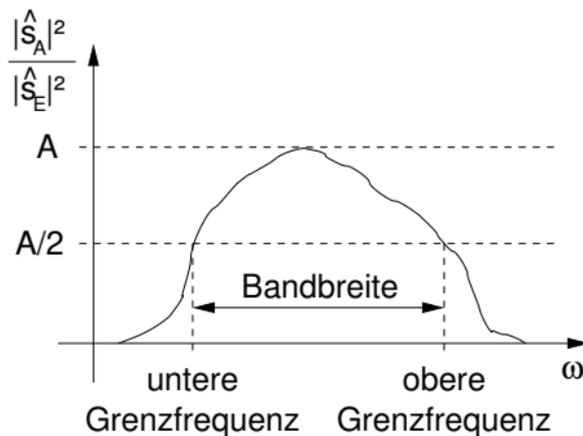
## Dämpfung



$$\text{Dämpfung [dB]} := 10 \cdot \log_{10} \left( \frac{|\hat{s}_A|^2}{|\hat{s}_E|^2} \right).$$

$$-3 \text{ dB} = 10 \cdot \log_{10} \left( \frac{|\hat{s}_A|^2}{|\hat{s}_E|^2} \right) \Leftrightarrow \frac{|\hat{s}_A|^2}{|\hat{s}_E|^2} = 10^{-\frac{3}{10}} = \frac{1}{2}.$$

## Bandbreite

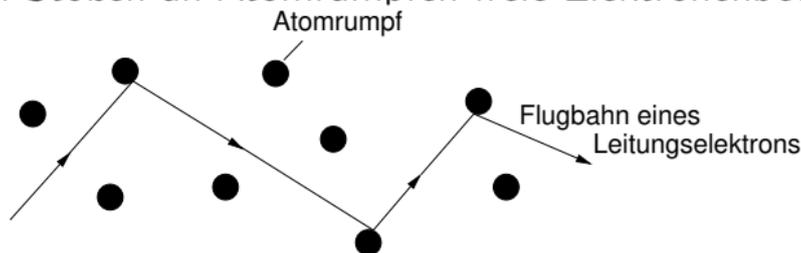


## Drudes Modell der elektrischen Leitung in Metallen

Metalle sind elektrische Leiter. In einem idealen Leiter erfahren die Leitungselektronen keinen Widerstand. In einem realen Leiter stoßen sie an den Atomrümpfen.

### Annahmen

- Vernachlässigung der Wechselwirkung zwischen den Leitungselektronen.
- Zwischen Stößen an Atomrümpfen freie Elektronenbewegung.



# Elektronenbewegung im Drudemodell

Bewegungsgleichung eines Leitungselektrons:

$$m_e \cdot \frac{d\vec{v}}{dt} = -e\vec{E}.$$

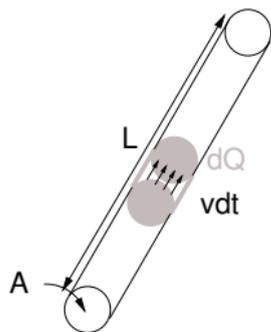
$\tau$ : Mittlere Zeit zwischen zwei Stößen an Atomrümpfen.

$$\langle \vec{v} \rangle = -\frac{e}{m_e} \vec{E} \cdot \tau + \underbrace{\langle \vec{v}_0 \rangle}_{=0 \text{ (im therm. Gleichgew.)}} = -\frac{e}{m_e} \tau \cdot \vec{E}.$$

$n$ : Leitungselektronendichte.

$L$ : Länge des realen Leiters.

$A$ : Querschnittsfläche des realen Leiters.



$$dQ = -n \cdot e |\vec{v}| \cdot dt \cdot A \Leftrightarrow I = \frac{dQ}{dt} = -nev \cdot A = \frac{ne^2\tau}{m_e} \cdot A \cdot E.$$

Also ist

$$\vec{j} = \frac{ne^2\tau}{m_e} \cdot \vec{E} =: \sigma \cdot \vec{E}.$$

$\sigma$ : elektrische Leitfähigkeit.

Spannung zwischen den Enden des Leiters:

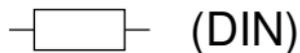
$$U = L \cdot \underbrace{E}_{=\frac{I}{\sigma \cdot A}} = \frac{L}{\sigma \cdot A} \cdot I =: R \cdot I \text{ (ohmsches Gesetz).}$$

Ohmscher Widerstand

$$R = \frac{L}{\sigma \cdot A} =: \rho \cdot \frac{L}{A}.$$

$\rho$ : spezifischer Widerstand (Einheit:  $\Omega\text{cm}$ ).

Schaltsymbole für einen ohmschen Widerstand:



(DIN)



(USA)

$$C = \frac{Q}{U} \Rightarrow \text{Kein Stromfluss bei Gleichspannung.}$$

Stromfluss bei Wechselspannung:

$$\frac{dU}{dt} = \frac{dQ}{dt} = \frac{I}{C}.$$

Übergang zur Frequenzdarstellung:

$$U(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{U}(\omega) e^{i\omega t} d\omega, \quad I(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{I}(\omega) e^{i\omega t} d\omega.$$

$$\frac{dU}{dt} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} i\omega \hat{U}(\omega) e^{i\omega t} d\omega = \frac{I(t)}{C} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{C} \hat{I}(\omega) e^{i\omega t} d\omega,$$

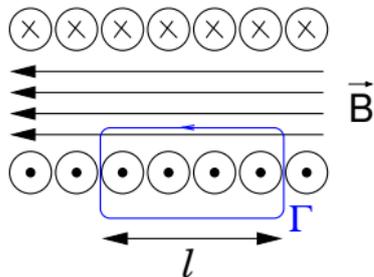
was auf  $i\omega \hat{U}(\omega) = \frac{1}{C} \hat{I}(\omega)$ , also  $\hat{U}(\omega) = \frac{1}{i\omega C} \hat{I}(\omega)$  führt.

$$\hat{U}(\omega) = \frac{1}{i\omega C} \hat{I}(\omega).$$

Impedanz:  $Z_C = \frac{1}{i\omega C}$ .

Schaltsymbol: 

Zur Erinnerung: Feld innerhalb einer idealen Spule



$\frac{dN}{dl}$ : Anzahl der Windungen pro Länge.  
Ampèresches Gesetz:

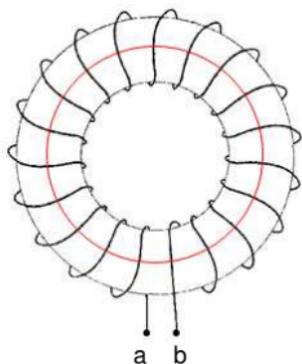
$$\oint_{\Gamma} \vec{B} \cdot d\vec{s} = l \cdot B = \mu_0 \cdot I \cdot \frac{dN}{dl} \cdot l.$$

$$B = \mu_0 \frac{dN}{dl} \cdot I =: \frac{1}{A} L \cdot I.$$

A: Querschnittsfläche der Spule.

$L$ : Induktivität.

# Ideale ringförmige Spule



- $B$  nur innerhalb der Spule.
- Wenn die Spule aus einem idealen Leiter gewickelt ist, ist  $\vec{E}$  im Leiter gleich 0. Denn sonst würde ein unendlich großer Strom durch den Leiter fließen.

$$\Rightarrow U_{ab} = 0.$$

- Bei Wechselstrom ist wegen  $\frac{dI}{dt} \neq 0$  auch  $\frac{\partial B}{\partial t} \neq 0$ , und es gibt eine nichtverschwindende elektromotorische Kraft.

$$\operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}.$$

$$U_{ab} = \oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = \int_A \operatorname{rot} \vec{E} \cdot d\vec{A} = - \int_A \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{A} = -\frac{\partial}{\partial t} B \cdot A = -\frac{\partial}{\partial t} \frac{1}{A} L I A = -L \frac{dI}{dt}.$$

Im Frequenzraum hat man dann  $\hat{U}(\omega) = -i\omega L \hat{I}(\omega)$ .

$$\hat{U}(\omega) = -i\omega L\hat{I}(\omega).$$

Impedanz:  $Z_L = -i\omega L$ .

Schaltsymbol:  (DIN)

 (USA)

**Bemerkung.** Im Frequenzraum lässt sich das Verhalten einer Schaltung mit den erwähnten passiven Elementen wie bei einer Schaltung mit ohmschen Widerständen berechnen, wenn man die Impedanzen verwendet.

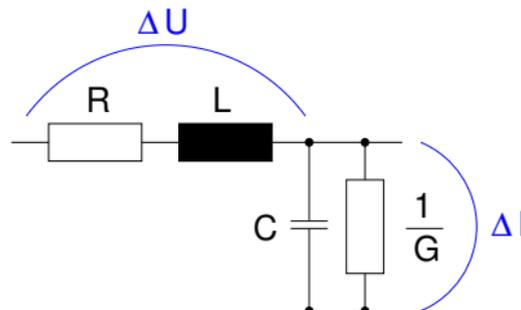
## Erklärendes Beispiel: Signalübertragung über ein Koaxialkabel



Wegen ihrer Schirmung strahlen Koaxialkabel keine elektromagnetischen Wellen ab. Sie können aber auf der Schirmung elektromagnetische Störung aus der Umgebung auffangen.

# Signalausbreitung in einem Koaxialkabel

Ersatzschaltbild für ein  $\Delta z$  langes Stück eines Koaxialkabels



$R$ ,  $L$ ,  $C$ ,  $\frac{1}{G}$  sind Widerstand, Induktivität, Kapazität und Leitfähigkeit pro Länge.

Bei einem idealen Kabel sind  $R$  und  $G$  gleich 0.

Herleitung der allgemeinen Wellengleichung für ein Koaxialkabel

$$\Delta U = -(R \cdot \Delta z) \cdot I - (L \cdot \Delta z) \cdot \frac{\partial I}{\partial t}$$
$$\Delta I = -\left(\frac{1}{G} \cdot \Delta z\right) \cdot U - (C \cdot \Delta z) \cdot \frac{\partial U}{\partial t}$$

Teilen durch  $\Delta z$  und den Grenzübergang  $\Delta z \rightarrow 0$  ergibt

$$\frac{\partial U}{\partial z} = -R \cdot I - L \cdot \frac{\partial I}{\partial t}$$
$$\frac{\partial I}{\partial z} = -\frac{1}{G} \cdot U - C \cdot \frac{\partial U}{\partial t}$$

# Allgemeinen Wellengleichung für ein Koaxialkabel

$$\begin{aligned}\frac{\partial U}{\partial z} &= -R \cdot I - L \cdot \frac{\partial I}{\partial t}, & \left| \frac{\partial}{\partial z} \right. \\ \frac{\partial I}{\partial z} &= -\frac{1}{G} \cdot U - C \cdot \frac{\partial U}{\partial t}. & \left| \frac{\partial}{\partial t} \right.\end{aligned}$$

---

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 U}{\partial z^2} &= -R \cdot \frac{\partial I}{\partial z} - L \frac{\partial^2}{\partial z \partial t} I, \\ \frac{\partial^2}{\partial z \partial t} I &= -\frac{1}{G} \cdot \frac{\partial U}{\partial t} - C \cdot \frac{\partial^2 U}{\partial t^2}.\end{aligned}$$

---

$$\frac{\partial^2 U}{\partial z^2} = LC \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} + (LG + RC) \frac{\partial U}{\partial t} + RGU.$$

Ideales Kabel:  $R=0$ ,  $G=0$ .

$$\frac{\partial^2 U}{\partial z^2} = LC \frac{\partial^2 U}{\partial t^2}$$

(Wellengleichung mit  $v = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ ).

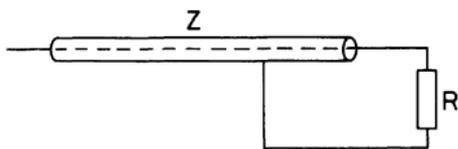
- In einem realen Kabel ist  $G$  in sehr guter Näherung 0.
- In einem realen Kabel führt  $R \neq 0$  zur Dispersion. In der Praxis sind die eingesetzten Kabel meistens so kurz, dass man die Dispersion vernachlässigen, also  $R = 0$  annehmen kann.
- $L = \frac{\mu}{2\pi} \ln \frac{b}{a}$  [H/m],  $C = \frac{2\pi\epsilon}{\ln \frac{b}{a}}$  [F/m].

$$\Rightarrow v = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon}}.$$

Die Wahl des Dielektrikums bestimmt also  $v$ .

- Wellenwiderstand:  $Z := \frac{dU}{dI} = \sqrt{\frac{L}{C}}$ .  
Der Wellenwiderstand hängt von der Geometrie des Kabels, also von seinem Innen- und Außendurchmesser sowie vom Dielektrikum ab.

# Reflexionen an Kabelenden



$$U(t, x) = f(x - vt) + g(x + vt),$$

also einlaufende + reflektierte Welle.

Eingangssignal:  $U_E, I_E, Z = \frac{U_E}{I_E}$ .

Reflektiertes Signal:  $U_R, I_R, Z = \frac{U_R}{I_R}$ .

Spannungsabfall am Widerstand  $R$ :  $U_E + U_R$ .

Strom durch  $R$ :  $I_E + I_R$ .

$$\Rightarrow R = \frac{U_E + U_R}{I_E - I_R} = \frac{U_E \left(1 + \frac{U_R}{U_E}\right)}{I_E \left(1 - \frac{I_R}{I_E}\right)} = Z \frac{1 + \rho}{1 - \rho}$$

mit dem Reflexionskoeffizienten  $\rho := \frac{U_R}{U_E} = \frac{I_R}{I_E}$ . Es gilt  $\rho = \frac{R-Z}{R+Z}$ .

- Offenes Kabel:  $R = \infty$ .  $\rho = 1$ . Vollständige Reflexion am Kabelende.
- Kurzgeschlossenes Kabel:  $R = 0$ .  $\rho = -1$ . Reflexion mit entgegengesetzter Amplitude.
- Abgeschlossenes Kabel:  $R = Z$ .  $\rho = 0$ . Keine Reflexion.