

Konzepte für Experimente an zukünftigen Hadroncollidern II

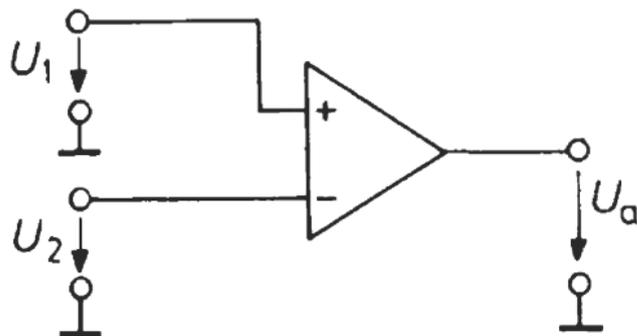
PD Dr. Oliver Kortner

20.05.2022

Von Analog- zu Digitalsignalen

Operationsverstärker als Komparator

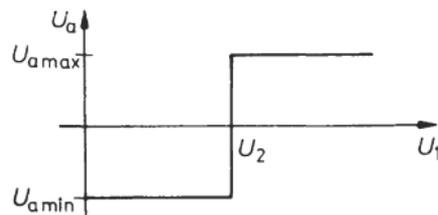
- Ein Operationsverstärker geht in Sättigung, wenn $|U_P - U_N|$ einen kleinen Wertebereich überschreitet.
- **Komparatoren** sind Operationsverstärker, bei denen man diesen Bereich sehr klein gewählt hat.



Im Idealfall gilt:

$$U_a = \begin{cases} U_{a,max} & \text{für } U_1 > U_2, \\ U_{a,min} & \text{für } U_1 < U_2. \end{cases}$$

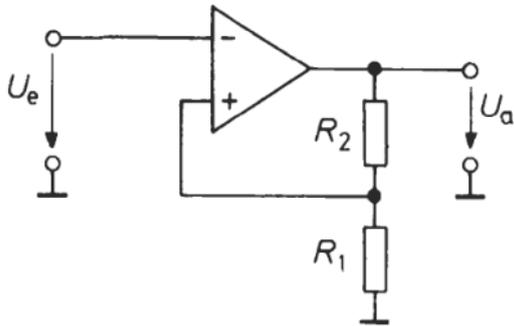
Kennlinie:



Invertierender Schmitttrigger

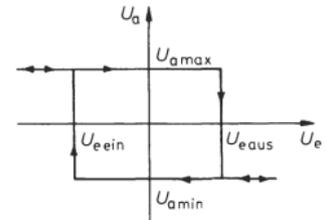
- Ein Schmitttrigger ist ein Komparator, bei dem der Ein- und der Ausschaltpegel nicht zusammenfallen.
- Ein Komparator geht in Sättigung, wenn $U_P \neq U_N$ ist.

Invertierender Schmitttrigger



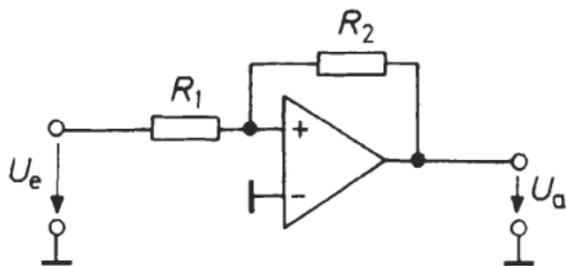
- Einschaltpegel: $U_{e, \text{ein}} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} U_{a, \text{min}}$.
- Ausschaltpegel: $U_{e, \text{aus}} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} U_{a, \text{max}}$.
- Die Differenz zwischen Ein- und Ausschaltpegel nennt man die Schalthysterese.

Übertragungskennlinie:



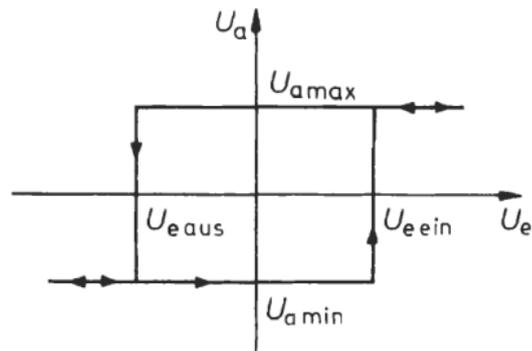
Nichtinvertierender Schmitttrigger

Schaltung



- Einschaltpegel: $U_{e,ein} = -\frac{R_1}{R_2} U_{a,min}$.
- Ausschaltpegel: $U_{e,aus} = -\frac{R_1}{R_2} U_{a,max}$.

Übertragungskennlinie:



Man unterscheidet zwei Grundtypen von Analog-Digital-Wandlern.

- Ladungsempfindlicher Analog-Digital-Wandler

Messung von

$$Q := \int_{t_0}^{t_0 + \Delta t} I(t) dt$$

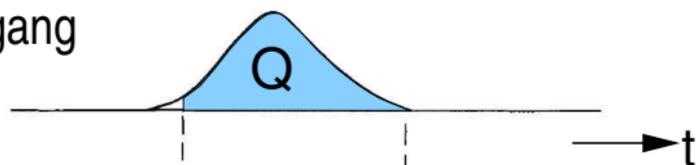
und Umwandlung des Messwertes in eine ganze Zahl.

- Amplitudenempfindlicher Analog-Digital-Wandler

Messung des Höchstwertes eines Signals $U(t)$ im Intervall $[t_0, t_0 + \Delta t]$ und Umwandlung des Messwertes in eine ganze Zahl.

Wilkinsonsche Methode zur Ladungsmessung

Eingang

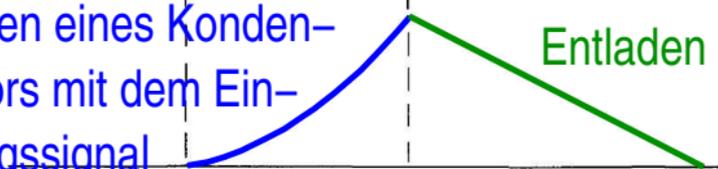


Logisches Signal zur Definition des Zeitfensters

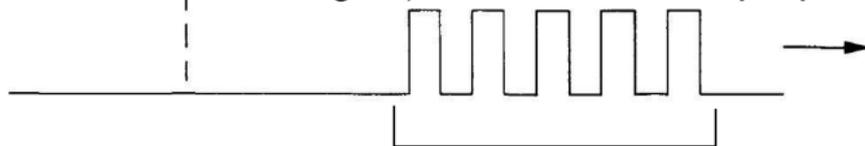


Laden eines Kondensators mit dem Eingangssignal

Entladen bei konstantem Strom

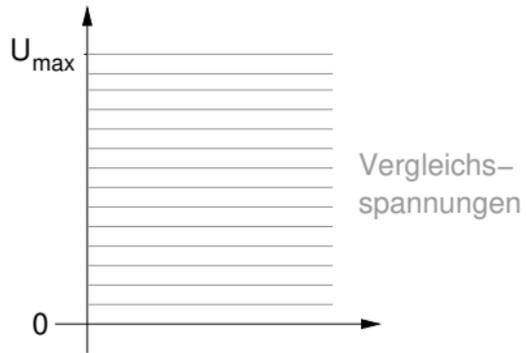


Oszillator zur Messung der Entladezeit, die proportional zu Q ist.



Anzahl der Oszillationen=diskrete Messung der Entladezeit

Wägungsmethode zur Signalhöhenmessung



Unterteilung des dynamischen Bereichs des Analog-Digital-Wandlers in eine Reihe Vergleichsspannungen.

Umsetzung des Ergebnisses der Spannungsvergleiche in ein Bitmuster.

Analogsignal \rightarrow Komparator \rightarrow Logisches Signal \rightarrow Zeitmesser

Einfachste Vorgehensweise bei der Zeitmessung

- Taktgeber mit einer Periodendauer T , die kleiner als die angestrebte Zeitmessgenauigkeit ist.
- Fortlaufendes Zählen der Takte. Verwendung eines Zählers mit n Bits, so dass $2^n \cdot T >$ (zu messende Zeitintervalle) ist.
- Festhalten, zu welchen Takten n_{Start} und n_{Stop} die Start- und Stoppsignale eingetroffen sind.

$t_{Start} - t_{Stop}$ wird dann als $n_{Start} - n_{Stop}$ gemessen.

Falls der Zähler überläuft, muss man $n_{Start} - n_{Stop} + 1$ verwenden.

Bauelemente zur Verarbeitung digitaler/logischer Signale

Zwei Zustände: logische 0 und logische 1.

Logische Grundfunktionen

- Konjunktion: $y = x_1 \wedge x_2 = x_1 \cdot x_2 = x_1 x_2$.
- Disjunktion: $y = x_1 \vee x_2 = x_1 + x_2$.
- Negation: $y = \bar{x}$.

Rechenregeln

Kommutatives Gesetz:

$$x_1 x_2 = x_2 x_1$$

Assoziatives Gesetz:

$$x_1(x_2 x_3) = (x_1 x_2)x_3$$

Distributives Gesetz:

$$x_1(x_2 + x_3) = x_1 x_2 + x_1 x_3$$

Absorptionsgesetz:

$$x_1(x_1 + x_2) = x_1$$

Tautologie:

$$xx = x$$

Gesetz für die Negation

$$x\bar{x} = 0$$

Doppelte Negation:

$$\overline{(\bar{x})} = x$$

De Morgans Gesetz:

$$\bar{x}_1 \bar{x}_2 = \overline{x_1 + x_2}$$

Operationen mit 0 und 1:

$$x \cdot 1 = x$$

$$x \cdot 0 = 0$$

$$\bar{0} = 1$$

$$x_1 + x_2 = x_2 + x_1$$

$$\begin{aligned} x_1 + (x_2 + x_3) \\ = (x_1 + x_2) + x_3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 x_3 \\ = (x_1 + x_2)(x_1 + x_3) \end{aligned}$$

$$x_1 + x_1 x_2 = x_1$$

$$x + x = x$$

$$x + \bar{x} = 1$$

$$\overline{\overline{x_1 + x_2}} = \bar{x}_1 \bar{x}_2$$

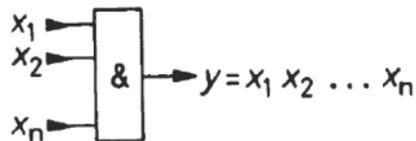
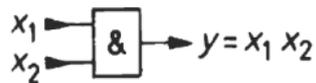
$$x + 0 = x$$

$$x + 1 = 1$$

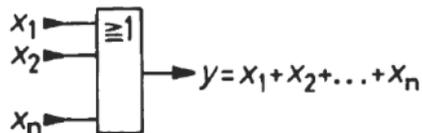
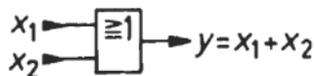
$$\bar{1} = 0$$

Schaltelemente für logische Grundfunktionen

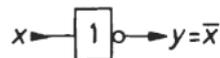
Konjunktion
Undschaltung



Disjunktion
Oderschaltung



Negation
Nichtschtaltung



Zur Aufstellung komplexerer logischer Funktionen kann man sich der sogenannten **disjunktiven Normalform** bedienen.

n Eingangsvariablen x_1, \dots, x_n . 1 Ausgangsvariable y .

1. Man stelle eine Tabelle auf, in der zu allen möglichen Eingangswerten der gewünschte Ausgangswert steht. Diese Tabelle nennt man auch **Wahrheitstafel**.
2. Man sucht in der Wahrheitstafel alle Zeilen auf, in denen $y = 1$ ist.
3. Von jeder dieser Zeilen bildet man die Konjunktion aller Eingangsvariablen; wenn $x_k = 1$ ist, setzt man x_k ein, sonst \bar{x}_k .
4. Die gesuchte Funktion erhält man schließlich, indem man die Disjunktion aller gefundenen Produktterme bildet.

Wahrheitstafel

Zeile	x_1	x_2	y	
1	1	1	0	
2	1	0	1	$\rightarrow x_1 \cdot \bar{x}_2 =: K_2$
3	0	1	1	$\rightarrow \bar{x}_1 \cdot x_2 =: K_3$
4	0	0	0	

Ergebnis

$$y = K_2 + K_3 = (x_1 \cdot \bar{x}_2) + (\bar{x}_1 \cdot x_2).$$

Beispiel eines 1- aus 4-Dekoders

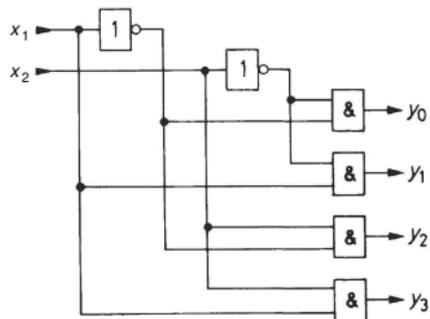
Wahrheitstafel

Zeile	x_1	x_2	y_3	y_2	y_1	y_0
1	0	0	0	0	0	1
2	0	1	0	0	1	0
3	1	0	0	1	0	0
4	1	1	1	0	0	0

Ergebnis

$$y_0 = \bar{x}_1 \cdot \bar{x}_2 \cdot y_1 = \bar{x}_1 \cdot x_2 \cdot y_2 = x_1 \cdot \bar{x}_2 \cdot y_3 = x_1 \cdot x_2$$

Schaltung



Flip-Flop zur Speicherung eines Zustands

Abgeleitete Grundfunktionen

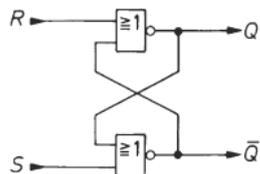
$$x_1 \text{ NOR } x_2 := \overline{x_1 + x_2} = \bar{x}_1 \cdot \bar{x}_2.$$



$$x_1 \text{ NAND } x_2 := \overline{x_1 \cdot x_2} = \bar{x}_1 + \bar{x}_2.$$



Flip-Flop



$$Q = \overline{\bar{Q} + R}.$$

$$\bar{Q} = \overline{S + Q}.$$

S	R	Q	\bar{Q}
0	0	Q_{-1}	\bar{Q}_{-1}
0	1	0	1
1	0	1	0
1	1	(0)	(0)

(bisheriger Zustand)
(Zurücksetzen: 0|1)
(Setzen: 1|0)

$S = R = 1$ gibt $Q = \overline{\bar{Q} + 1} = \bar{1} = 0$ und $\bar{Q} = \overline{1 + Q} = \bar{1} = 0$. Wenn man danach gleichzeitig $R = 0$ und $S = 0$ setzt, ist der Ausgangszustand nachher nicht mehr definiert.

$Q = \overline{\bar{Q} + 0} = \bar{\bar{Q}}$ kann 0 oder 1 sein.

$\bar{Q} = \overline{Q + 0} = \bar{Q}$ kann 0 oder 1 sein.

$\Rightarrow R = S = 1$ im Allgemeinen verboten.